

**Jean-François Parrot**



## **Software FROG\_V2**

**Fractal Researches on Geosciences Version 2**

**Manual de empleo**

Software concebido y desarrollado en C++ Builder por el Dr. Jean- François Parrot, Laboratorio de Análisis GeoEspaciales LAGE, Instituto de Geografía, Universidad Nacional Autónoma de Mexico UNAM, Mexico.

A mi querida amiga Klaudia Oleschko  
Quien, durante mi primera estancia en México,  
Despertó mi curiosidad sobre la Dimensión Fractal,  
Y también me impulsó a venir a trabajar  
Al país surrealista de André Breton que me encanta.

# FROG (Fractal Research On Geosciences) Versión 2.01

## I. Introducción

FROG\_V2 es un *software* que calcula la dimensión fractal de los objetos utilizando diversos tratamientos, a partir de imágenes con formatos *raw* o *bmp*.

Una de las primeras funciones permite extraer un objeto según sus valores en tono de gris para caracterizar su forma por medio de un tratamiento lineal, del conteo de cajas, del movimiento browniano, etc. Esta extracción implica la interpretación visual del tono de gris; la noción de rugosidad de los tonos de gris (véase la función “*thresholding fractal*” más adelante) ayuda a definir los valores del umbral. Con la imagen binaria así obtenida, una función de etiquetado separa los diversos elementos que componen eventualmente el objeto en estudio, de tal manera que sea posible comparar dichos elementos. A partir de la imagen ya etiquetada, una serie de nuevas funciones permiten manipular los elementos de ésta imagen con el objetivo de especificar y definir sus valores en tonos de gris, de agruparlos manualmente o con la ayuda de la morfología matemática; así es posible caracterizar los rasgos de un conjunto reconstituido por medio de la dimensión fractal aplicada a la superficie del objeto o por medio de la distribución de sus tonos de gris (véase entre otros las funciones “*Fract Star*” o “*GrayTone Sequence*” más adelante).

Otros parámetros se calculan directamente sobre la escala en tonos de gris: dimensión fractal local, dimensión fractal radial, rugosidad fractal, dimensión prismática, etc. Estas funciones consideran la escena entera o los elementos obtenidos por medio de la binarización o del etiquetado. Por otra parte, es posible extraer las secuencias de los tonos de gris de la escena entera, explorar linealmente dichos tonos o usar los elementos binarios como máscara. La secuencia así obtenida permite calcular varios parámetros como por ejemplo el exponente de Hurst.

Se añadió en la presente versión un panel de tratamientos agrupados en un sub-menú que corresponde al estudio del espacio urbano (exploración fractal del espacio, distancia al perímetro, entre otros) así como también al estudio de diferentes objetos.

Finalmente, el *software* crea un informe general donde se consiguen todas las operaciones hechas, los valores de los parámetros obtenidos, así como el nombre de las imágenes y de los diagramas registrados.

La nueva versión del *software* es mas amigable, comporta novedosas funciones tales como el registro de una paleta o la posibilidad de modificar directamente los datos sobre la pantalla. Es decir, que en su presente versión, el *software* FROG\_V2 representa una herramienta indispensable para estudiar la dimensión fractal en sus diversos aspectos.

## II. Configuración

El programa busca las imágenes a tratar en cualquier carpeta, pero es recomendable crear en el disco C, una carpeta “images” donde se ponen todas las subcarpetas que contienen todas las imágenes a trabajar. De hecho, al iniciar el *software* se va directamente al archivo **C:\images**. Por esta razón, es mejor definir la configuración presentada en la figura 1, antes de empezar los tratamientos.

Las imágenes con las que trabaja FROG\_V2 deben estar en formato *raw*, las cuales tienen que ser asociadas a un archivo descriptivo (encabezado) que tenga un formato *txt*. Este archivo proporciona el número de líneas y el número de columnas de la imagen. También, el *software* toma en cuenta el formato *bmp*.

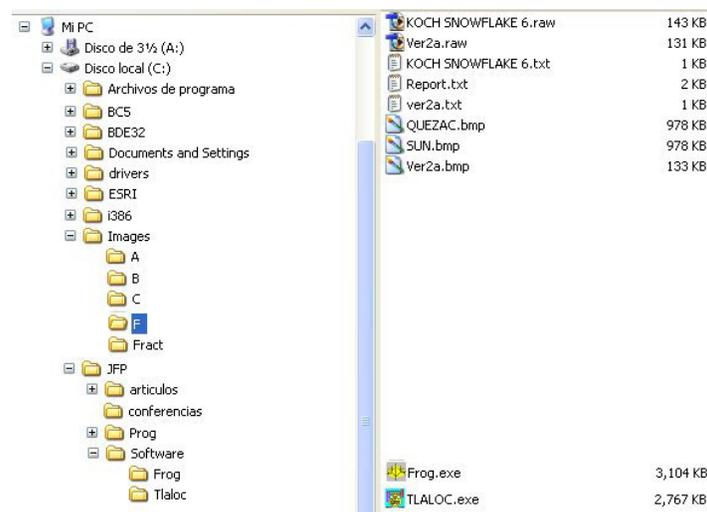


Figura 1. Configuración recomendada.

## III. Descripción general de las funciones del *software*

Como en la versión anterior, los menús principales son los siguientes:

- Files**
- Binar. Treat.**
- Gray Tones Treat.**
- GTS Treatments**
- Diagrams**
- Tools**
- Window**
- About**

Las dos tablas siguientes muestran donde se ubican los aportes y las modificaciones.

Menu	Sub-Menu	Función	FROG V1	FROG V2	
Files	General Info			✓	
	Open Gray Tone Image		✓	✓	
	Open Bin. or Lab. Image		✓	✓	
	Exit		✓	✓	
Binar. Treat.	Binar		✓	✓	
	Labeling		✓	✓	
	Lin. Fractal		✓	✓	
	Box Counting		✓	✓	
	Brownian Movement		✓	✓	
	Progres. Box Counting		✓	✓	
	Urban Field	About			✓
		Radial Expansion			✓
		Crown Expansion			✓
		Perim. Dist.			✓
		Fractal Exploration			✓
		Majority Smoothing			✓
		Morpho. Math.			✓
		Hole Extraction			✓
		Perimeter Extraction			✓
		Homogeneity			✓
	Density			✓	
	Resizing Box Counting		✓	✓	
	Perimeter		✓	✓	
	Perimeter Orientation		✓	✓	
Moving Circle		✓	✓		
Pattern Recognition		✓	✓		
Majority Smoothing		✓	*		
Closing Treatment		✓	*		
Gray Tone Treat.	3D Global Fractal		✓	✓	
	Local Fractal Dim.		✓	✓	
	Lacunarity		✓	✓	
	Fract Star **		✓	✓	
	Fract Prism		✓	✓	
	Local Roughness		✓	✓	
	Cubic Density		✓	✓	
	Morlet		✓	✓	
	Gray Tones Sequence		✓	✓	

*Funciones reportadas en la sección "Urban Field".*

*\*\* Funciones Fract Star 8 y Fract Star 4 agrupadas.*

Menu	Sub-Menu	Función	FROG V1	FROG V2
GTS Treatments	General Info		✓	✓
	Hurst Exponent		✓	✓
	Wavelet		✓	✓
Diagram	Horizontal Segm.		✓	✓
	Vertical Segm.		✓	✓
	Box Counting		✓	✓
	Progr. Box Counting		✓	✓
	Circle Scanning		✓	✓
	Local Fractal		✓	✓
	Fractal Exploration		✓	✓
	GTS Curve		✓	✓
	Perimeter Orientation		✓	✓
	Perimeter Roughness		✓	✓
	Hurst Exponent		✓	✓
Radial or Crown Expansion			✓	
Tools	Histogram			✓
	Local Histogram			✓
	Gray Tones Number			✓
	Palette			✓
	Print			✓
	Transfert			✓
	Superposition			✓
	Transparent Superposition			✓
	Pins			✓
	Thresholding			✓
	Segmentation			✓
	Fractal Thresholding			✓
Window	Cascade		✓	✓
	Tile		✓	✓
	Previous		✓	✓
	Next		✓	✓
About	Info		✓	✓
	Illustrations			✓
	Copyright		✓	✓
Screen Editor				✓
Speed Buttons			12	20

Los menús 2, 3, 4, 5 y 6 están apagados hasta que se abra una imagen. El 7° menú (**Window**) permite definir la organización de las ventanas y el 8° Menú (**About**) da información general sobre el *software*.



Figura 2. Menús y "Speed Buttons" de la barra de utilidades después de una abertura.

El menú **Files** comporta 4 sub-menús:

- *General Info*
- *Open Image*
- *Open Complementary Image*
- *Exit*

El sub-menú *General Info* abre una ventana (Fig. 3) que muestra a que corresponden las tres ventanas que maneja el software.

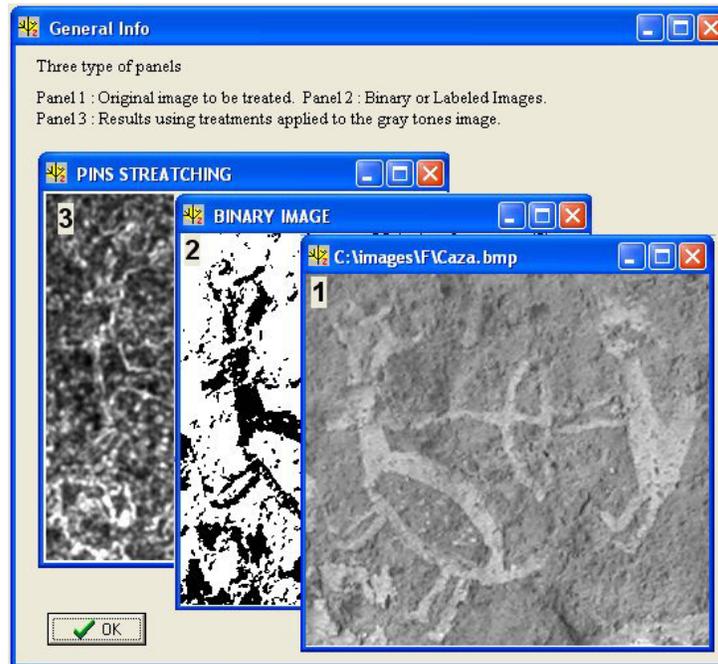


Figura 3. Ilustración de la configuración general de los diferentes paneles.

El sub-menú *Open Image* permite abrir una nueva imagen que también se puede abrir con el primer botón  de la barra de utilidades. Al abrir una imagen, se activa el tercer sub-menú *Open Complementary Image* y el segundo botón .

Se activan igualmente los menús **Binar. Treat.**, **Gray Tones Treat.** y **Tools**, el sub-menú **Exit** del menú **Files**, así como los botones  (Zoom) y  (Exit). Se debe notar que al abrir una nueva imagen, ésta aparece en el panel número 1.

La primera ventana de búsqueda permite elegir la subcarpeta en donde se ubican los archivos que contienen las imágenes *raw* o *bmp* a estudiar. La primera ventana de búsqueda se dirige directamente a la carpeta **C:\images** en donde se encuentran las diferentes subcarpetas (Fig. 4a) y en cada una de estas es donde se ubican los archivos que contienen las imágenes *.raw*, *.bmp*, así como todos los archivos creados durante un tratamiento. Se busca dentro de esta carpeta el nombre de la sub-carpeta elegida donde se encuentran las imágenes (Fig. 4b).

La lista de las diferentes imágenes presentes en una subcarpeta depende del tipo de imagen requerida (*bmp* o *raw*). Cuando la imagen corresponde al formato *raw*, ésta se debe relacionar con un archivo descriptivo *txt* que contiene la información del tamaño de la imagen (número de líneas y de columnas). Si no existe este archivo descriptivo, aparece una ventana de diálogo en la cual se introducen el número de líneas y de columnas (Fig. 4c).

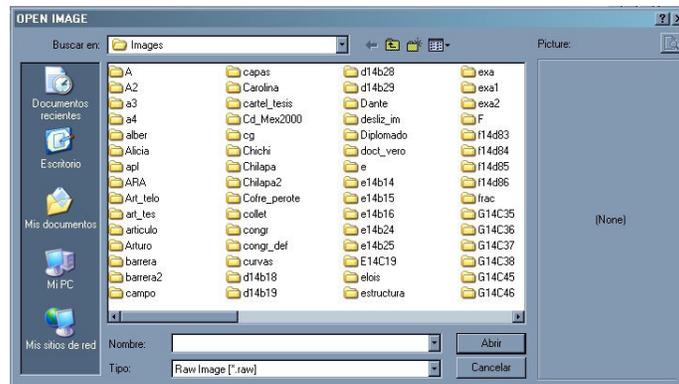


Figura 4a. Ventana de apertura de la carpeta C:\images con sus subcarpetas.

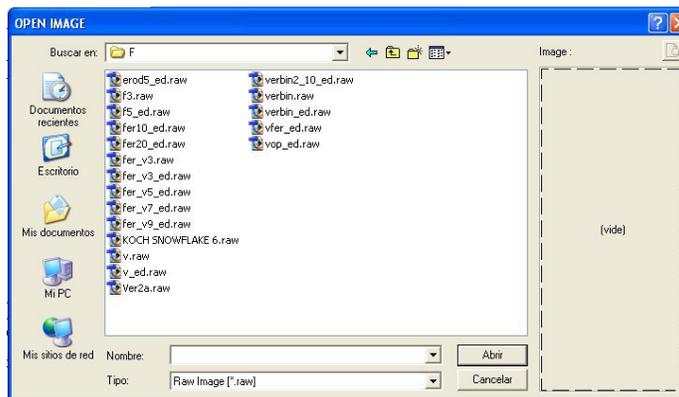


Figura 4b. Ventana de apertura de las imágenes dentro de la subcarpeta.



Figura 4c. Ventana de diálogo concerniente al tamaño de la imagen.

Cuando se abre la imagen, sale una ventana de diálogo pidiendo si se quiere crear un informe general del tratamiento (Fig. 5).

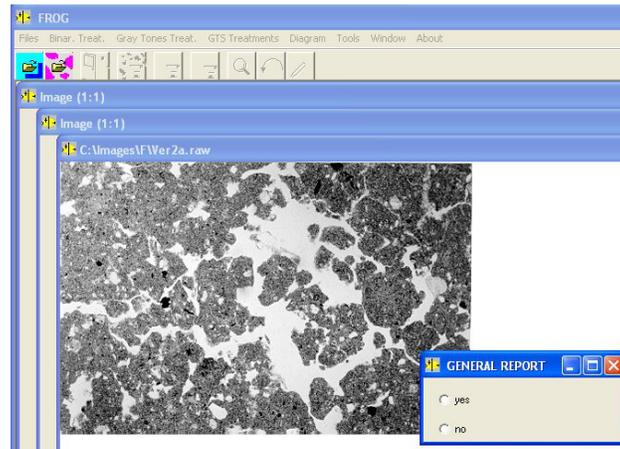


Figura 5. Pidiendo si se necesita un informe general.

Si se crea un informe, se debe introducir el nombre del archivo (por *default*, el nombre es “Report”). El archivo del informe tiene un formato *txt*. La ventana de diálogo correspondiente (Fig.6) permite crear el informe en la subcarpeta en donde se localiza la imagen desplegada o elegir eventualmente otra ruta.

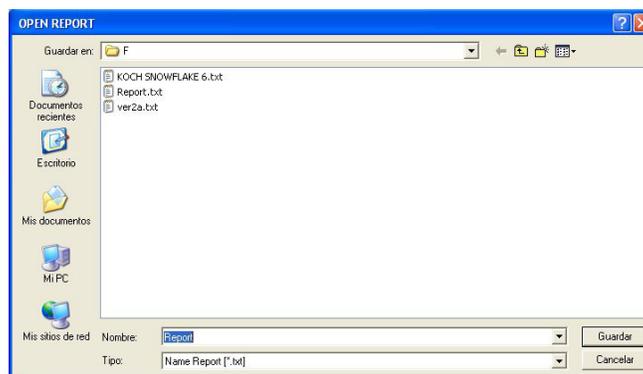


Figura 6. Creación del informe general.

Por otra parte, el tercero sub-menú *Open Complementary Image* del menú **Files**, así como el segundo botón  de la barra de utilidades permiten abrir en el panel 2 otra imagen que corresponde generalmente a una imagen binaria o eventualmente etiquetada del mismo tamaño que la imagen original. La abertura de una imagen complementaria permite introducir una imagen correspondiente a un tratamiento ya hecho utilizando un editor de pantalla externo (mejoramiento de un dibujo, creación de una máscara, etc.).

## IV. Tratamientos aplicados a las imágenes binarias

Los tratamientos fractales se refieren a la caracterización de la forma o al estudio de la textura y de la estructura de los tonos de gris de un objeto o de una imagen.

La construcción de un objeto fractal se obtiene por repetición de un motivo en el espacio bi o tridimensional. Es un objeto geométrico con invariancia de escala, es decir que cada porción puede ser considerada como una imagen a escala reducida del completo (Fig. 7).

La repetición del motivo puede ser isotrópica o anisotrópica. Cuando un objeto se escala de forma isotrópica se nota que existe una misma proporción en dos direcciones perpendiculares entre sí. Se dice que la dimensión fractal es auto-similar.

Por ejemplo, para una curva en un plano de coordenadas  $x,y$  la invariancia de escala se obtiene cuando se reduce o aumenta la escala por un mismo factor en ambas direcciones  $x \rightarrow \gamma x$  y  $y \rightarrow \gamma y$ .

La dimensión fractal  $D$  es una cantidad estadística que indica como un objeto fractal auto-similar ocupa una porción del espacio euclidiano, corresponde a valores decimales entre 0 y 3 (1 para la línea, 2 para una superficie y 3 para un volumen) y no puede ser igual a 1, 2 o 3.

Uno de los métodos que permite calcular esta dimensión es el “*Box Counting*” o conteo de cajas (Feder, 1988; Falconer, 1990; Korvin, 1992; Anderson *et al.*, 1996). Consiste en cubrir el objeto con cajas (cuadradas para dos dimensiones) de longitud  $L$ .

$$D = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\log(N(L))}{\log(L)}$$

donde  $N(L)$  es el número necesario de cajas para cubrir el objeto.  $D$  corresponde al inverso de la pendiente de la línea recta (véase más adelante la figura 23 por ejemplo) ajustada a la gráfica  $\log(N(L))$  vs  $\log(L)$ .

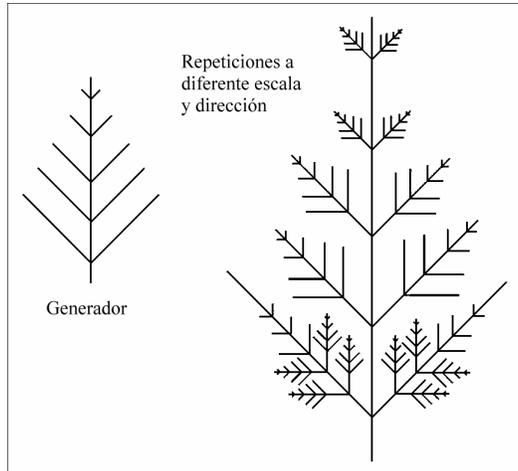


Figura 7. Objeto fractal y su generador.

Los objetos fractales que se escalan en forma anisotrópica se llaman auto-afines y su invariancia de escala utiliza un factor diferente en dos direcciones perpendiculares entre sí. En este caso, en un plano  $x,y$ , la invariancia de escala se aumenta o se reduce de acuerdo a  $x \rightarrow \gamma x$  y  $y \rightarrow \gamma^\xi y$ .

donde  $\xi \neq 1$  es el exponente de Hurst (1951), igualmente conocido como “exponente de Rugosidad”.

El cálculo del exponente de Hurst (véase más adelante) se puede aplicar en diversos casos, cada vez que se obtiene una serie de datos escalados en el tiempo. Por ejemplo, evolución de la pluviometría, frecuencia de los sismos, distribución de los tonos de gris en una imagen de 8 bits. Una de las técnicas más confiables para analizar dichos diagramas de frecuencia es el método de ventanas de ancho variable. El diagrama analizado se recorre con una ventana de tamaño  $r$  que se traslapa hasta barrerlo totalmente. Para cada posición de la ventana, se calcula la desviación estándar de las alturas  $a(r)$  del segmento del diagrama que cubre la ventana y se suma a los anteriores. Así se obtiene el promedio de la desviación estándar para cada tamaño de ventana.

$$h(r) = \frac{1}{np} \sum_1^{np} a(r)$$

donde la desviación estándar  $a(r)$  es igual a  $a(r) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ , y  $np$  es el número de veces que la ventana de tamaño  $r$  se desliza. El mismo tratamiento se repite para tamaños crecientes de la ventana.

El exponente de Hurst o exponente de rugosidad  $\xi$  se obtiene a partir del gráfico  $\log h(r)/\log r$  de acuerdo a la ecuación  $h(r) \approx r^\xi$ . En el plano log-log, la ecuación anterior toma la forma de una recta  $\log(h(r)) \approx \xi \log(r)$ . Si la gráfica  $\log h(r)/\log r$  es lineal, el

diagrama tiene propiedades auto-afines y el exponente de Hurst corresponde a la pendiente de la línea recta que se ajusta a dicha gráfica. El exponente de Hurst mide no solamente la rugosidad del diagrama de frecuencia, sino también el carácter persistente del desarrollo del motivo. Según la conjetura de Mandelbrot (1983) existe una relación teórica  $D = 2 - \xi$  entre el exponente de Hurst y la dimensión fractal. El exponente de Hurst mide la rugosidad de un conjunto auto-afín y tiene como límites topológicos los valores 0 y 1.

El valor 0.5 corresponde a un ruido blanco, es decir que la serie de tiempo observada comprende datos estadísticamente independientes (sin memoria) y corresponde a un conjunto aleatorio. Los valores más grandes que 0.5 indican una persistencia de procesos, lo que traduce una fuerte periodicidad. En este caso la dimensión fractal se encuentra entre 1 y 1.5 en relación con una baja complejidad de los datos. Si el exponente es más pequeño que 0.5, se observa una anti-persistencia con memoria a largo plazo y el conjunto está altamente complejo.

En el caso de los tratamientos aplicados a una imagen binaria, los diversos procedimientos presentados en este capítulo requieren generar una imagen binaria. La primera función de **Binar. Treat.** se llama **Binarizing** y consiste en crear una imagen binaria. Esta primera función es la única activada al inicio del uso del menú **Binar. Treat.** (Fig. 8 y 9).

**NOTA 1:** Todos los comandos del software tienen dos entradas. La primera inicia el tratamiento y la segunda da la información sobre el tratamiento.



Figura 8. Información concerniente al uso de la función Binarizing.

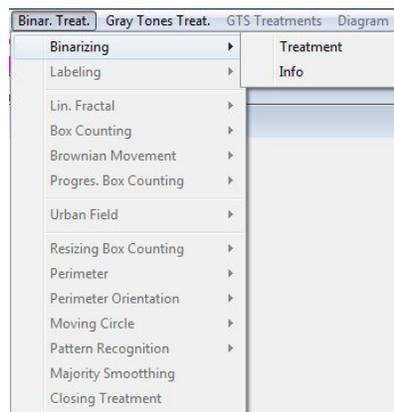


Figura 9. Función Binarizing (sub-menú de Binar. Treat.).

Al entrar en el tratamiento se abre una ventana de diálogo referente a los valores del umbral. También es posible eliminar los puntos aislados si es necesario (Fig. 10). Se debe aclarar que una imagen binaria se puede obtener a partir de la imagen original o una imagen resultando de diversos tratamientos (véase adelante).

**NOTA 2:** Si los datos son incompletos, mensajes de información aparecen indicando donde se necesita completar los datos. Esos mensajes conciernen todas las ventanas de diálogo.

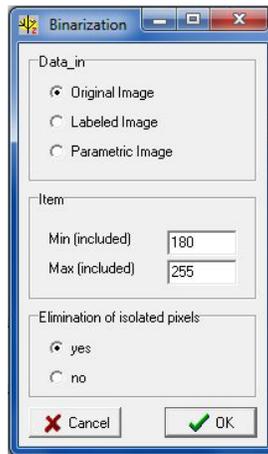


Figure 10. Definición de los valores del umbral.

El *software* FROG\_V2 ofrece la posibilidad de utilizar varias herramientas (entre otros, las funciones **Thresholding** y **Fractal Thresholding** del Menú **Tools**) para definir los valores del tono de gris utilizados para realizar un umbral.

**NOTA 3:** Se puede “binarizar” una imagen etiquetada (Labeled image), lo que permite eliminar o seleccionar conjuntos de píxeles en relación con su tamaño. Por ejemplo, un etiquetado permite eliminar todos los conjuntos que contienen menos que 100 píxeles; los valores del etiquetado van de 1 a 240 y la secuencia se repite si se encuentran más de 240 conjuntos. Una binarización entre 1 y 240 da el valor 1 a todos los conjuntos.

Las siguientes funciones del menú **Binar. Treat.** (Fig. 11) se activan al aparecer la imagen binaria (codificada con los valores 1 para el tema y 255 para el fondo).

Se trata de 6 funciones:

**Labeling**

**Lin. Fractal**

**Box Counting**

**Brownian Movement**

**Progres. Box Counting**

**Urban Field**

Las funciones que se quedan inactivas requieren de un etiquetado anterior.

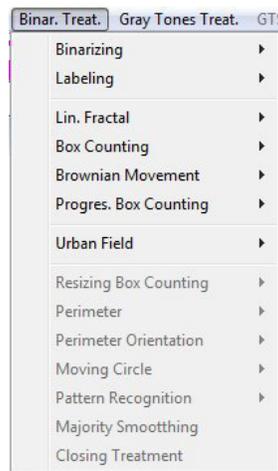


Figura 11. Activación de los tratamientos relacionados con la presencia de una imagen binaria.

La descripción detallada de los algoritmos empleados no se expone en este fascículo. Solo se explica cómo utilizar las diversas funciones y cuáles son los resultados obtenidos.

#### IV.1. *Lin. Fractal*

El comando ***Lin. Fractal -> Info*** (Fig. 12) abre una ventana que ilustra cómo se calculan el número de segmentos llenos ( $S_f$ ) dependiendo del tamaño del segmento ( $S_z$ ) y siguiendo las líneas o las columnas. La dimensión fractal corresponde al inverso del valor de la pendiente del diagrama  $\log(S_f)/\log(S_z)$ .

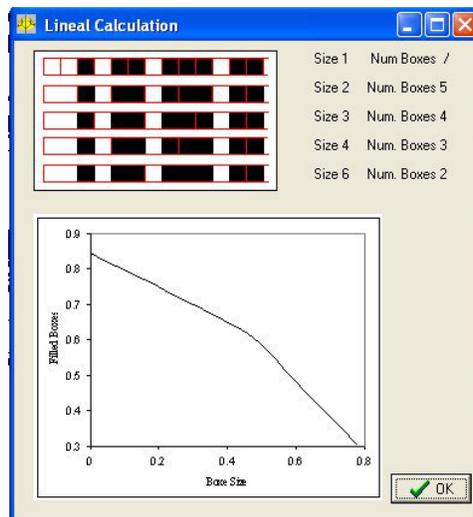


Figura 12. Ejemplo del cálculo lineal mostrado por el comando *Lin. Fractal -> Info*.

El comando ***Lin. Fractal -> Tratamiento*** abre una ventana de diálogo (Fig. 13) que pide el valor de código del conjunto de píxeles estudiados (es decir que es posible tomar en cuenta la imagen binaria o estudiar por separado los varios conjuntos resultando de un etiquetado) y la orientación requerida (horizontal o vertical). El tratamiento no crea una imagen, sino un diagrama con los resultados (Fig. 14).

**NOTA 4:** 1) La construcción de un diagrama activa el menú Diagram de la barra de herramientas lo que permite consultar todos los diversos tipos de diagrama obtenidos. La activación de los diversos tipos de diagramas creados se relaciona con el tratamiento usado (Fig. 15).

2) Es posible guardar el diagrama obtenido utilizando el botón “Save” (Fig. 14). Los valores se guardan en un archivo de formato .xls (Fig. 16). Si existe un informe general el emplazamiento y el nombre dado a este diagrama se indica en el informe.

3) Por otra parte, cuando se abre este diagrama por medio del comando correspondiente al tipo de diagrama que se encuentra en el menú Diagram, también es posible guardarlo si no se registró anteriormente.

4) Existe solamente una posibilidad para salvar un diagrama. Si se ha salvado anteriormente, un mensaje aparece que indica que ya se guardó (Fig. 17).

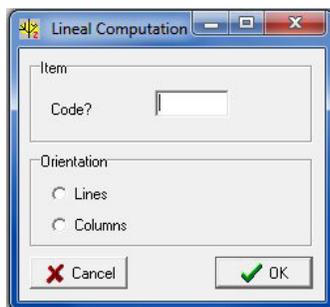


Figura 13. Lineal Computació (Ventana de dialogo).

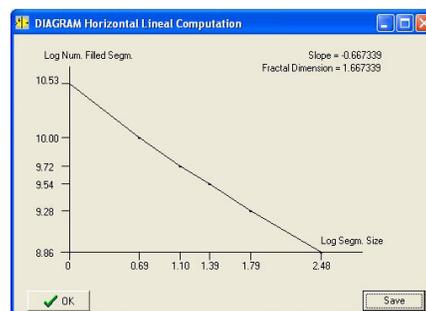


Figura 14. Diagrama de resultado.

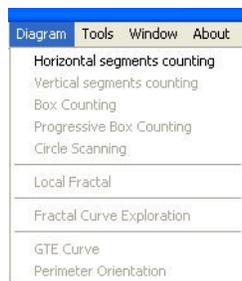


Figura 15. Activación del Menú Diagram (lista de los diagramas creados disponibles).

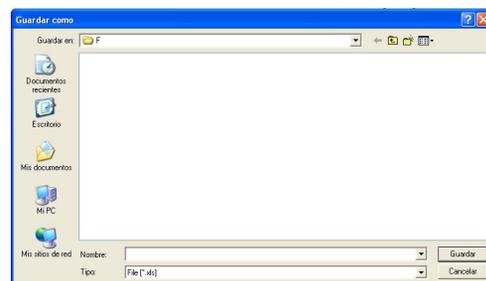


Figura 16. Salvando el diagrama

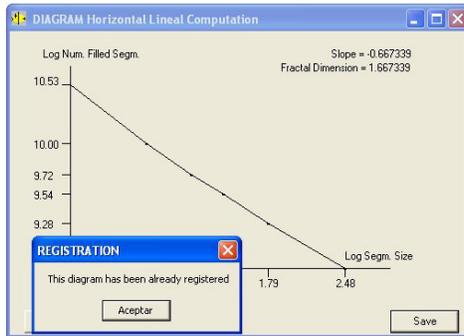


Figura 17. Diagrama ya registrado.

## IV.2. Box Counting

Este cálculo se ilustra por la ventana que abre el comando **Box Counting -> Info** (Fig. 18). Consiste en computar el número de cajas que se llenan ( $B_f$ ) en función del tamaño de las caja ( $B_z$ ). La dimensión fractal corresponde al inverso del valor de la pendiente del diagrama  $\log(B_f)/\log(B_z)$ .

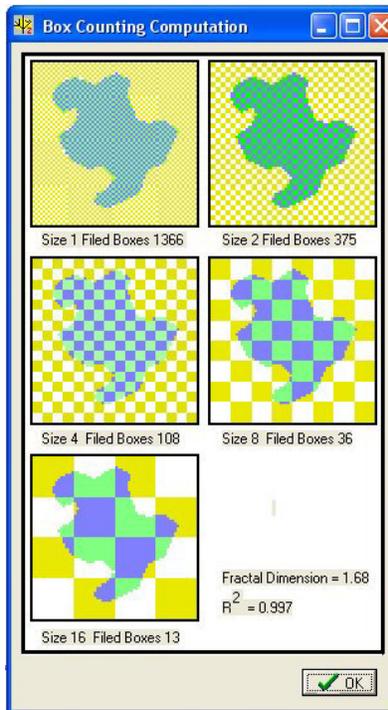


Figura 18. Ilustración del conteo de cajas.

Se calcula esta pendiente por medio de una secuencia de cajas cuyo tamaño aumenta y que cubre exactamente toda la imagen (Parrot, 1997). El número de divisores depende del

tamaño de la imagen tratada. Por esta razón, generalmente es necesario cortar parcialmente la imagen original. Diversas ventanas de diálogo aseguran la investigación de la dimensión fractal más apropiada.

La primera ventana de diálogo (Fig. 19) indica el número original de divisores de la imagen original y sus valores. Existen cuatro posibilidades:

- investigación del número máximo de divisores según una búsqueda automatizada dentro de un margen (este tratamiento parece ser el más apropiado);
- calcular por medio de una aproximación que habitualmente crea un ligero artefacto;
- considerar los divisores existentes si el número es suficiente;
- cortar la imagen para obtener una secuencia de divisores.

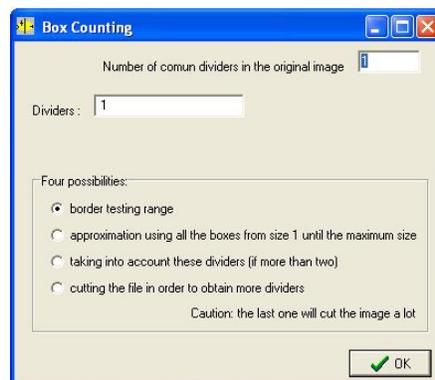


Figura 19. Divisores y primeros tratamientos.

Si se adopta por la primera posibilidad, otra ventana de diálogo aparece y es posible elegir el tamaño del margen de prueba (Fig. 20); el algoritmo busca entonces el número máximo de divisores. La ventana de diálogo siguiente (Fig. 21) indica el número total de divisores, sus valores y propone inicializar el tratamiento o volverse a la ventana del diálogo anterior para definir otro tipo de tratamiento.

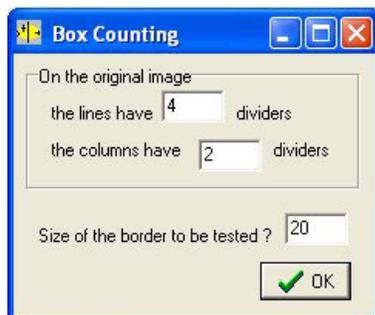


Figura 20. Prueba dentro de una margen.

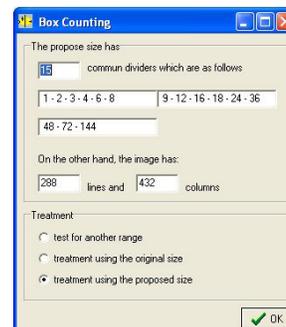


Figura 21. Numero de divisores comunes obtenidos utilizando la prueba del margen.

Finalmente, una última ventana de dialogo (Fig. 22) permite seleccionar diferentes opciones de tratamiento.

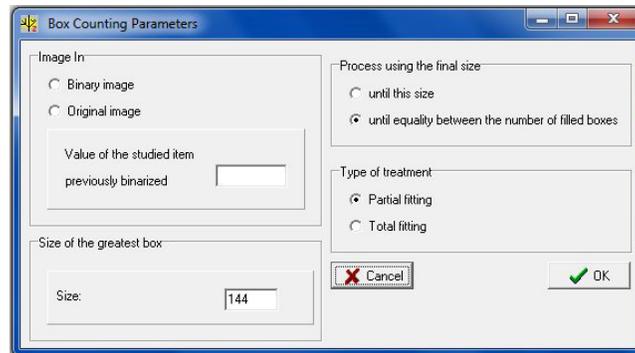


Figura 22. Selección de las opciones de tratamiento.

**NOTA 5:** De manera general, más vale usar las opciones por “Default”, porque las opciones tales como “Total fitting” o “Until equality” requieren comprender bien las diferentes modalidades del conteo de caja.

Como anteriormente, el tratamiento no crea una imagen, si no un diagrama de los valores calculados (Fig. 23) así como los valores de los diversos divisores utilizados. Las observaciones anteriores hechas en la NOTA 4 valen para este diagrama.

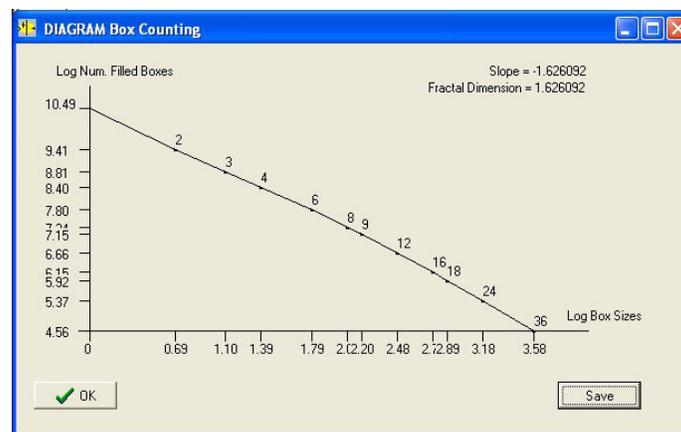


Figura 23. Diagrama del conteo de cajas.

### IV.3. Brownian movement

Otro tratamiento consiste en calcular el movimiento browniano. El algoritmo (Parrot y Taud, 1998) dibuja, dentro de un tema binario, una trayectoria al azar a partir de un punto inicial también seleccionado al azar (véase la figura 24). Se calcula el número de píxeles

( $S_n$ ) describiendo la trayectoria así como el número de puntos de intersección ( $S_t$ ). La dimensión fractal corresponde al inverso de la pendiente  $\log(S_n)/\log(S_t)$ . De hecho, este valor se calcula considerando todas las trayectorias que llenan la forma estudiada (Orbach, 1986). Es posible definir el número de caminatas, la longitud máxima de una caminata, el número máximo de puntos nulos ( $S_t$ ), así como el número máximo de pruebas hechas para intentar encontrar una serie continua en la trayectoria, es decir la posibilidad para que la trayectoria busque otra dirección cuando encuentra el límite del objeto (Fig. 25). El tratamiento (Fig. 26 y Fig. 27) se aplica a la imagen del panel 2 (imagen binaria o etiquetada). En el caso de una imagen etiquetada, elegir los objetos a partir del umbral. En el caso de una imagen binaria, Min. = Max. = 1.

Ese tratamiento genera una imagen. En este caso el tercer botón de la barra de herramientas  (*Save Resulting Image*) se activa, lo que permite guardar la imagen resultante. El resultado se reporta en el informe general que indica también el nombre y el emplazamiento de la imagen correspondiente si se guarda. Cuando se salva una imagen, se desactiva el botón correspondiente.

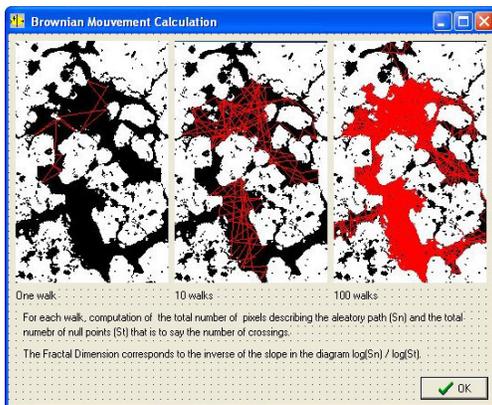


Figura 24. Ilustración del movimiento browniano.

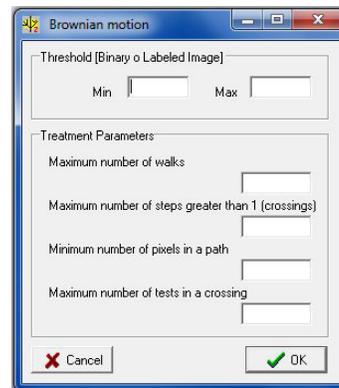


Figura 25. Ventana de dialogo

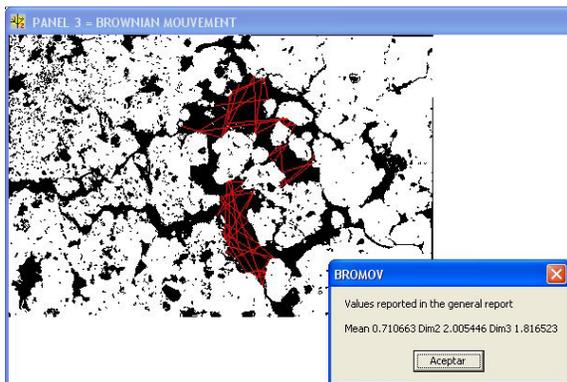


Figura 26. Cálculo al nivel global (imagen binaria)

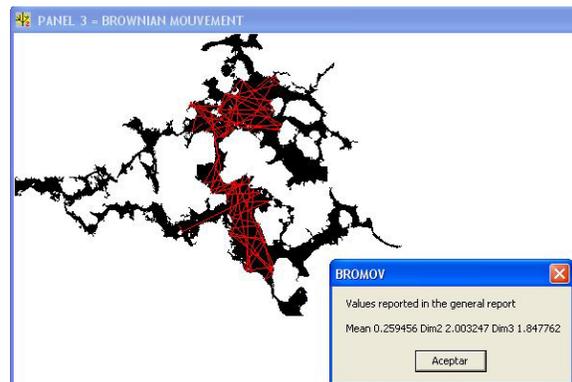


Figura 27. Cálculo sobre un tema etiquetado.

**NOTA 6:** La definición de la longitud del camino depende del tamaño de la zona que corresponde al tema en estudio. Un camino demasiado largo aumenta considerablemente el tiempo de cálculo requerido sin mejorar por lo tanto el resultado y genera a veces errores por falta de espacio disponible en el elemento estudiado. Por la misma razón, el número de cruzamientos así como el número de pruebas tienen que ser iguales o menor que 10.

#### IV.4. Progressive Box Counting

Es una función que evita redefinir la dimensión de la imagen para obtener los números máximos posibles de divisores, como lo que se necesita hacer para el conteo de cajas.

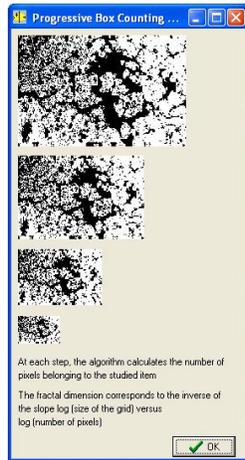


Figura 28. Ilustración del método.

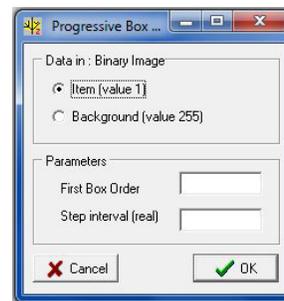


Figura 29. Progressive Box Counting Dialog.

El procedimiento consiste en calcular el número de los píxeles que pertenecen al tema estudiado y reducir progresivamente el tamaño de la imagen usando una función  $\beta$  spline (véase la figura 28 proporcionada por la función **Progres. Box Counting -> Info**). A cada paso, el número de píxeles se calcula y la dimensión fractal corresponde finalmente al inverso de la pendiente del diagrama  $\log(NbPix)/\log(tamaño)$ . Se obtienen los mejores resultados cuando el primer tamaño declarado es igual a 0 y el paso a 1 (véase la figura 29).

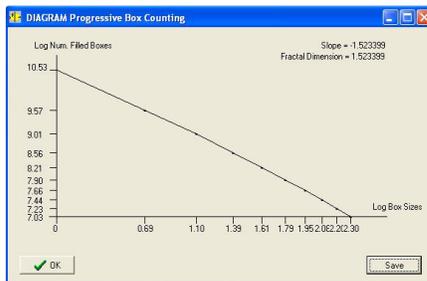


Figura 30. Diagrama del Conteo de cajas progresivo.

El diagrama correspondiente (Fig. 30) aparece y se puede salvar como lo descrito previamente. Y este diagrama entra en la lista del menú **Diagram**.

## IV.5. El sub-Menú “Urban Field”.

En la presente versión del *software* se añadió una sección que agrupa un panel de tratamientos que se aplican a las imágenes binarias y también a las imágenes etiquetadas.

Existen 10 tipos de tratamiento y una ventana informativa:

### *About Urban Field Treatments*

*Radial Expansion*

*Crown Expansion*

*Perim Dist*

*Fractal Exploration*

*Majority Smoothing*

*Morpho. Math.*

*Hole Extraction*

*Perimeter Extraction*

*Homogeneity*

*Density*

### *IV.5.1. About Urban Field Treatments*

Este comando abre una ventana que explique el contenido del sub-menú “*Urban Field*” (Fig. 31).

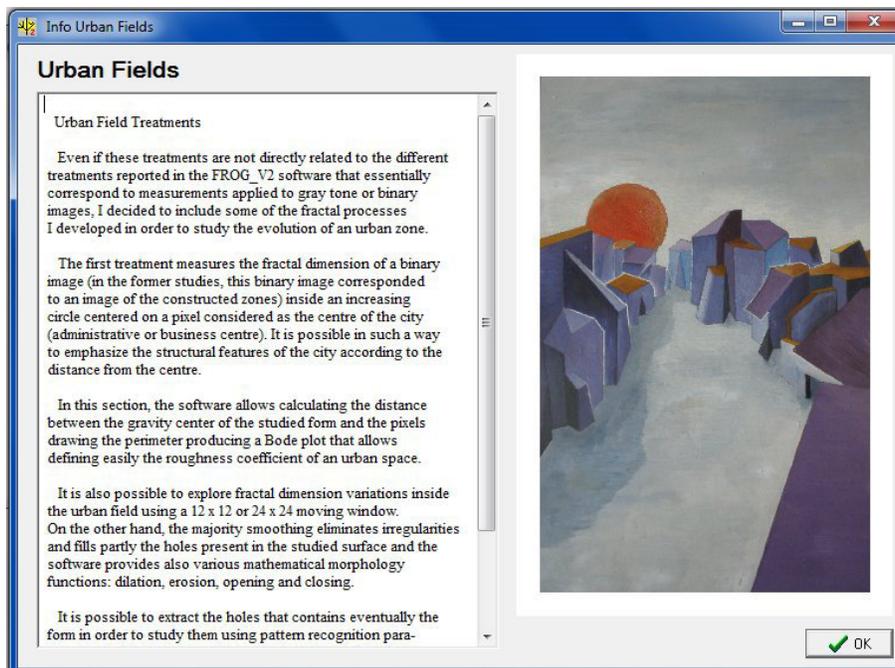


Figura 31. Información sobre los tratamientos de la sección “Urban Field”.

### IV.5.2. Radial Expansion

Esta función y la siguiente consisten en calcular la dimensión fractal así como la densidad dentro de un círculo en el primer caso y una corona en el segundo.

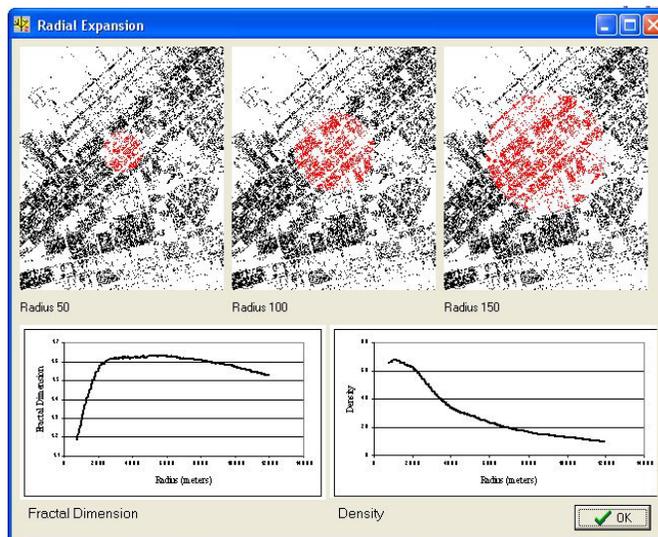


Figura 32. Ejemplo de tratamiento.

El círculo o la corona crecen regularmente y sirven de máscara para extraer una parte del tema en estudio. A cada etapa, se calcula la dimensión fractal aplicando el tratamiento descrito en el apartado IV.4 (**Progressive Box Counting**).

La figura 32 que se abre utilizando el comando **Radial Expansion -> Info** ilustra el tratamiento.

Al iniciar el tratamiento, se abre una ventana de dialogo (Fig. 33) que permite introducir los parámetros.

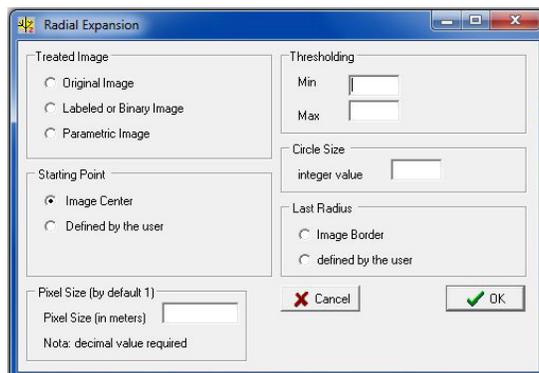


Figura 33. Introducción de los parámetros requeridos.

Las etapas del tratamiento se siguen sobre el panel 3 hasta que aparezca al final del proceso dos diagramas, el primero correspondiente a la dimensión fractal y el segundo a la evolución de la densidad (Fig. 34). Se puede entonces salvar estos diagramas.

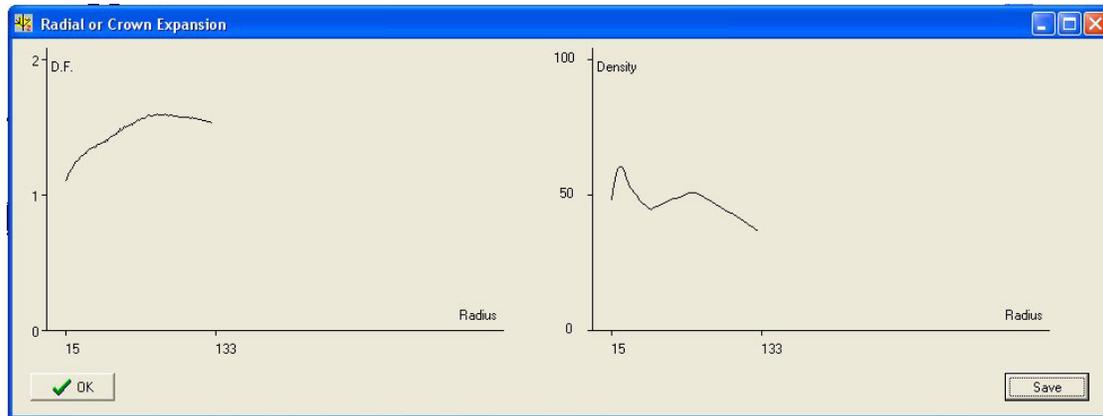


Figura 34. Evolución de la dimensión fractal y de la densidad en función de la distancia al centro.

#### IV.5.3. Crown Expansion

Este tratamiento obedece a la misma lógica que el precedente. El comando **Crown Expansion -> Info** abre la figura 35 y al iniciar el tratamiento se abre la ventana de dialogo que permite introducir los diferentes parámetros requeridos (Fig. 36).

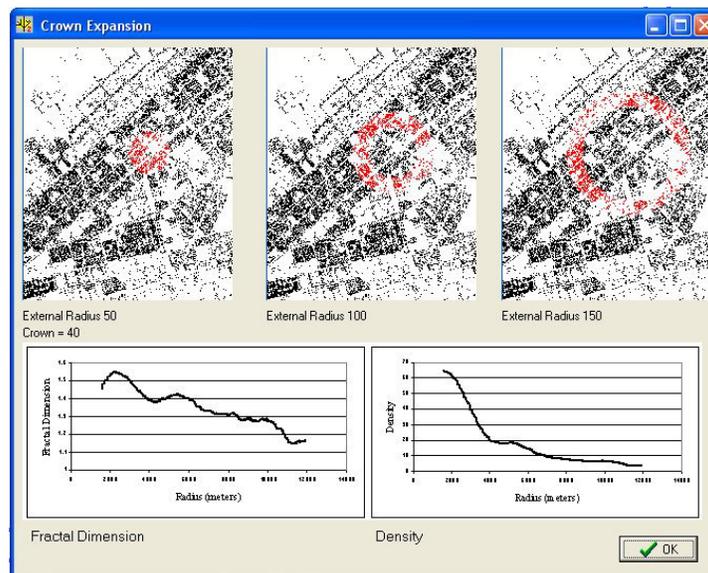


Figura 35. Ilustración del tratamiento Crown Expansion.

Como anteriormente, las etapas del tratamiento se siguen sobre el panel 3 hasta que aparezca al final del proceso dos diagramas, el primero correspondiente a la dimensión fractal y el segundo a la evolución de la densidad (Diagrama similar al de la figura 34). Se puede entonces salvar estos diagramas.

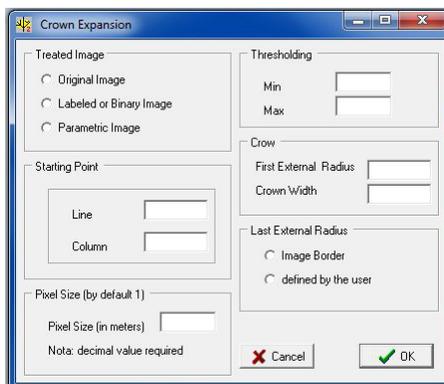


Figura 36. Introducción de los parámetros requeridos.

#### IV.5.4. *Perim Dist.*

Este tratamiento calcula la distancia entre los píxeles del perímetro y el centro de gravedad de la forma en estudio con la finalidad de obtener un diagrama de Bode.

Aquel diagrama permite medir el exponente de Hurst, es decir medir la rugosidad del perímetro.

El comando ***Perim Dist -> Info*** abre una ventana que ilustra un tratamiento correspondiente a la evolución en el tiempo de la rugosidad de un perímetro urbano (Fig. 37).

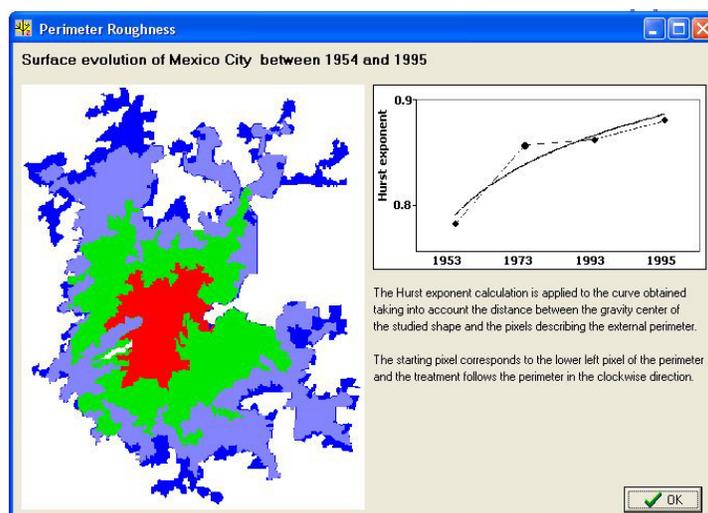


Figura 37. Rugosidad de un perímetro urbano.

Una ventana de dialogo se abre al iniciar el proceso (Fig. 38). Dicha ventana permite definir las características del perímetro estudiado.

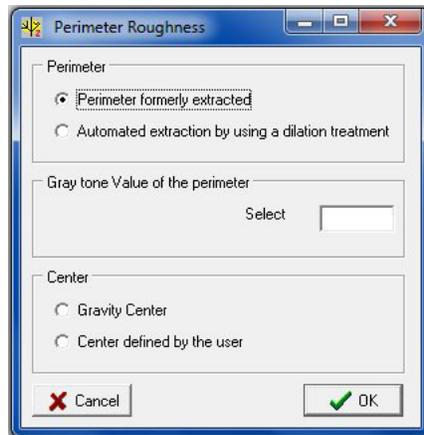


Figura 38. Parámetros del perímetro.

**NOTA 7:** El tratamiento extrae el perímetro a partir de cualquier forma haciendo una dilatación que debe normalmente borrar todas las irregularidades del contorno.

Pero a veces la dilatación no es suficiente para borrar totalmente dichas irregularidades. En este caso el programa se para indicando que no puede calcular correctamente la distancia y generar un diagrama de Bode. Se requiere en este caso verificar en detalle el contorno y limpiarlo si necesario con cualquier editor de pantalla.

Existe una función “*Perimeter formerly extracted*” que recupera este perímetro limpio.

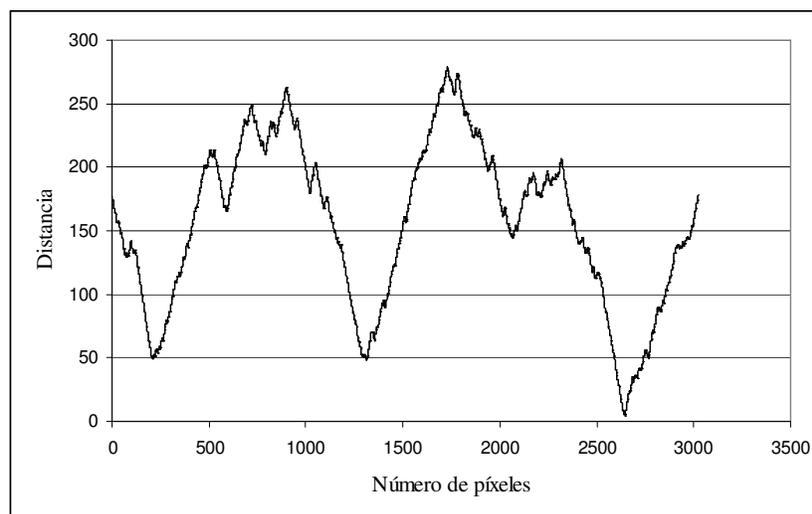


Figura 39. Diagrama de Bode de la distancia entre los píxeles del perímetro y el centro de gravedad de la forma en estudio.

#### IV.5.5. Fractal Exploration

A partir de la imagen binaria o de la imagen etiquetada, es posible medir la repartición de la textura en dichas zonas por medio de este tratamiento. El cálculo se basa utilizando una ventana móvil de  $13 \times 13$  o  $25 \times 25$  píxeles para medir en éstas ventanas la dimensión fractal por medio de un conteo de cajas. En realidad, porque con estos tamaños ( $m \times m$ ) existen solamente dos divisores, se utiliza cuatro medidas sobre 4 ventanas de  $12 \times 12$  en el primer caso o de  $24 \times 24$  en el segundo. El rango  $r$  de una ventana móvil de  $m \times m$  cuyo lado  $m$  es un número impar igual a  $(m-1)/2$ . Así para un ventana  $m \times m$  centrada en un píxel  $i, j$  (coordenadas del píxel;  $i$  para las líneas y  $j$  para las columnas), las coordenadas del píxel de la esquina superior izquierda del primer sector de dimensión  $m-1 \times m-1$  serán iguales a  $i-r, j-r$ ; en el caso del píxel de la esquina superior izquierda del segundo sector  $i-r, j-r+1$ . Las coordenadas del píxel de la esquina superior izquierda del tercer sector corresponderían a  $i-r+1, j-r$ . Y finalmente las coordenadas del píxel de la esquina superior izquierda del cuarto sector serán iguales a  $i-r+1, j-r+1$ . De esta manera se obtiene un número de divisores suficiente (1, 2, 3, 4, 6 y 12 en el primer caso y 1, 2, 3, 4, 6, 12 y 24 en el segundo) para calcular la dimensión fractal en cada sector (ver figura 40). Al final se realiza el promedio de estas cuatro medidas y se registra el resultado en el píxel central de la ventana móvil.

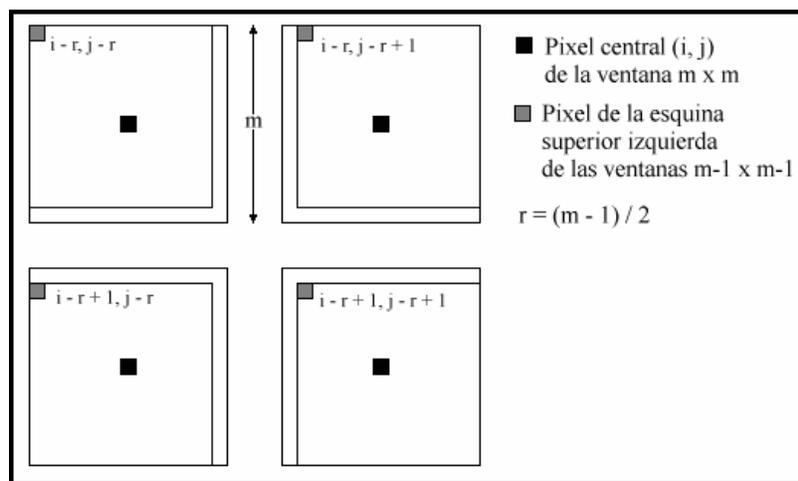


Figura 40. Cálculo de la dimensión fractal en una ventana móvil.

El comando **Fractal Exploration -> Info** abre una ventana mostrando cómo se calcula este parámetro (Fig. 41).

Por otro lado, el comando **Fractal Exploration -> Treatment** abre una ventana de diálogo (Fig. 42) que permite definir las características (tono de gris de la zona estudiada, tamaño de la ventana móvil [13 o 25], escala elegida de la dimensión fractal) de la imagen resultante (Fig. 43).

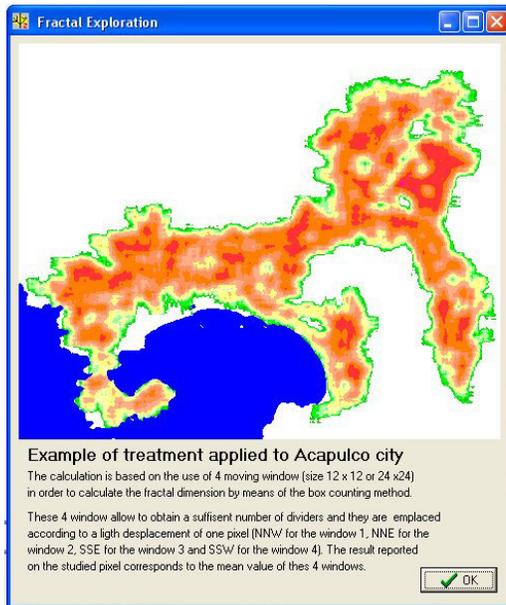


Figura 41. Información sobre el tratamiento

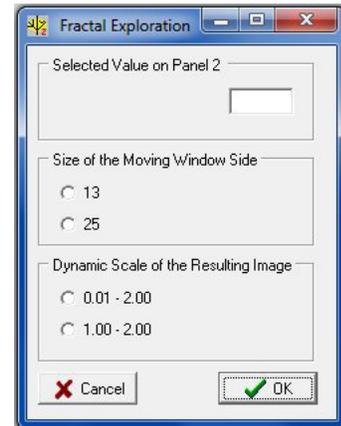


Figura 42. Ventana de dialogo

**NOTA 8:** El valor de la dimensión fractal está comprendido entre 1 (línea) y 2 (superficie). Valores inferiores a 1 significan que en la ventana de observación se encuentran segmentos de línea cuya suma es inferior al número de píxeles que corresponden al lado de la ventana móvil. El valor reportado en la imagen resultante corresponde al valor de la dimensión fractal multiplicado por 100.

El despliegue del resultado sobre el panel 3, activa el botón 

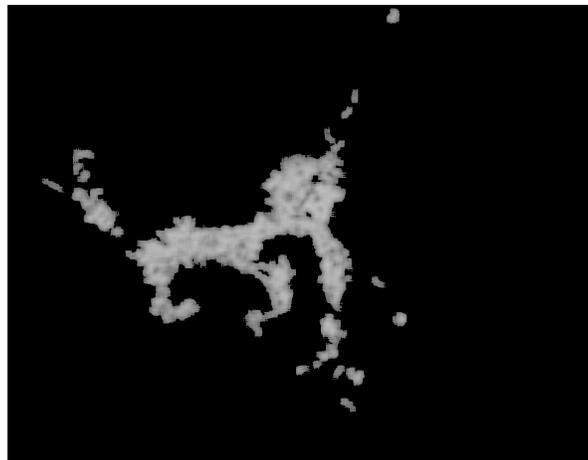


Figura 43. Imagen resultante.

#### IV.5.6. Majority Smoothing

El comando **Majority Smoothing -> Info** abre una ventana mostrando el resultado que se obtiene a partir de esta función (Fig. 44). Este tratamiento se aplica a una imagen binaria; dentro de una ventana móvil de  $3 \times 3$  se hace la suma de todo los pixeles que valen 1; si esta suma es igual o superior a 5, el píxel central toma el valor 1, si no toma el valor 255.

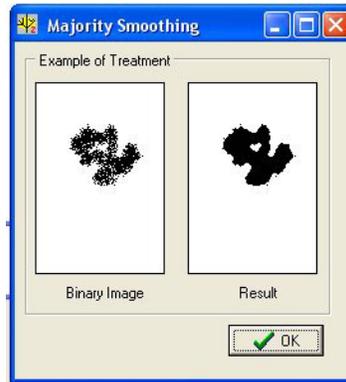


Figura 44. Información sobre el tratamiento.

Por otro lado, el comando **Majority Smoothing -> Treatment** abre una ventana de dialogo (Fig. 45) que permite definir el valor del tema estudiado; ese tema se debe encontrar en el panel 2 (imagen binaria o etiquetada). Se da en la figura 46, un ejemplo de tratamiento sobre una pintura rupestre.

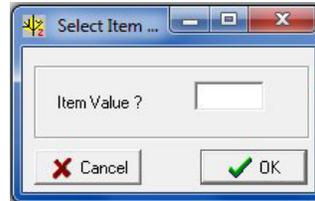


Figura 45. Valor del tema estudiado.

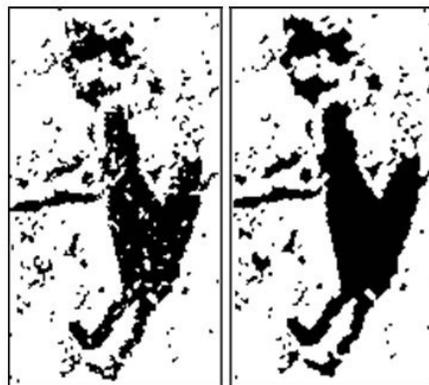


Figura 46. Ejemplo de tratamiento.

#### IV.5.7. Morpho. Math.

La morfología matemática se desarrollo en el año 1964 en los laboratorios de la “*Ecole des Mines*”, Paris. Su invención se justifico inicialmente para diversas aplicaciones industriales en el ámbito de la exploración minera, pero actualmente los procesamientos morfológicos toman en cuenta el tratamiento de las imágenes, por ejemplo aplicaciones como la segmentación, la detección de bordes, el análisis de textura, etc. Las obras de Matheron (1967, 1975) y Serra (1982, 1988) definen los conceptos básicos de esta disciplina.

La dilatación y la erosión son los operadores básicos de la morfología matemática. Prácticamente todos los otros pueden definirse basándose sobre éstos, a partir de composiciones de funciones y operaciones sobre los conjuntos.

Sin entrar en detalles, por lo menos se necesita definir las principales y primeras nociones que conciernen la teoría de los conjuntos. Considerando diversos conjuntos ( $X, Y, Z, \dots$ ) y los elementos ( $p, q, r, s, \dots$ ) que dichos conjuntos contienen:

a) dos conjuntos son iguales cuando están formados por los mismos elementos

$$X = Y \Leftrightarrow (p \in X \Rightarrow p \in Y \quad y \quad p \in Y \Rightarrow p \in X)$$

La igualdad es reflexiva, simétrica y transitiva. Un conjunto vacío se nota  $\emptyset$ .

b)  $X$  es un subconjunto de  $Y$  si todos los elementos de  $X$  pertenecen a  $Y$

$$X \subseteq Y \Leftrightarrow (p \in X \Rightarrow p \in Y)$$

La inclusión es reflexiva, asimétrica y transitiva.

c) la intersección de dos conjuntos  $X$  y  $Y$  corresponde al conjunto de los elementos que pertenecen a ambos conjuntos

$$X \cap Y = (p \mid p \in X \quad y \quad p \in Y)$$

La intersección es conmutativa, asociativa e idempotente. Esta ultima propiedad significa que  $X \cap X = X$

d) la unión de dos conjuntos se constituye por los elementos que pertenecen a uno o al otro.

$$X \cup Y = (p \mid p \in X \quad o \quad p \in Y)$$

Al igual que la intersección, la unión es conmutativa, asociativa e idempotente.

e) finalmente la diferencia entre conjuntos la componen los elementos que pertenecen a  $X$  pero que no están incluidos en  $Y$ . Esta operación no es conmutativa.

$$X \setminus Y = (p \mid p \in X \quad y \quad p \notin Y)$$

Los operadores básicos de la morfología matemática tales como la dilatación y la erosión utilizan un “elemento estructural” que juega el papel de modelo local y que se traslada sobre todas la partes de la imagen binaria considerada como un conjunto. Las relaciones

entre la imagen y el elemento estructural pueden ser del tipo “incluidas en el conjunto”, o “tocadas por el conjunto”.

Los elementos estructurales más clásicos son la cruz, constituida por el origen y los cuatro puntos cardinales más cercanos, y el cuadrado, constituido por el origen y los ocho puntos más cercanos. Estos dos elementos estructurales corresponden respectivamente a dos definiciones posibles de la vecindad o la conexión de la imagen.

En el caso del tratamiento referente al *software* FROG\_V2, se utiliza una alternancia entre cruz y cuadrado para crear un motivo hexagonal que responde mejor a una dilatación isotrópica (Fig. 47).

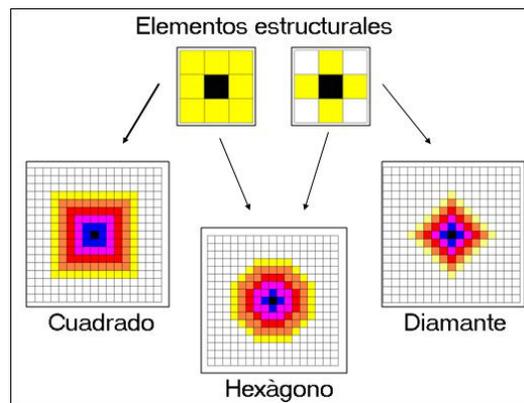


Figura 47. Elementos estructurales de la Morfología matemática.

La figura 48 que abre el comando ***Morpho. Math. -> Info*** ilustra el resultado obtenido por dilatación (1 y 2 iteraciones) y por erosión (1 y 2 iteraciones).

La dilatación morfológica no es reversible en general. La operación que intenta hasta cierto punto producir el inverso de la dilatación es la erosión morfológica.

El uso de estas dos operaciones genera dos operaciones complementarias: el cierre y la apertura. Una dilatación combinada con una erosión utilizando el mismo elemento estructural no produce una identidad, sino dos otros operadores morfológicos: la apertura y el cierre.

La apertura que consiste en una erosión seguida por una dilatación puede caracterizarse geoméricamente como la unión de todos los operadores incluidos en el conjunto de píxeles binarios. Así la forma del elemento estructural permite elegir las estructuras que contiene el conjunto (Fig. 48C). Y el cierre corresponde a una dilatación seguida por una erosión (Fig. 48D).

El cierre y la apertura son operaciones crecientes e idempotentes, dos propiedades que caracterizan los filtros morfológicos. El cierre es extensivo y la apertura anti-extensiva. A pesar de modificar el contorno de los objetos, la apertura y el cierre morfológicos constituyen herramientas interesantes para filtrar una imagen. Una propiedad interesante del cierre es que atenúa la rugosidad del contorno.

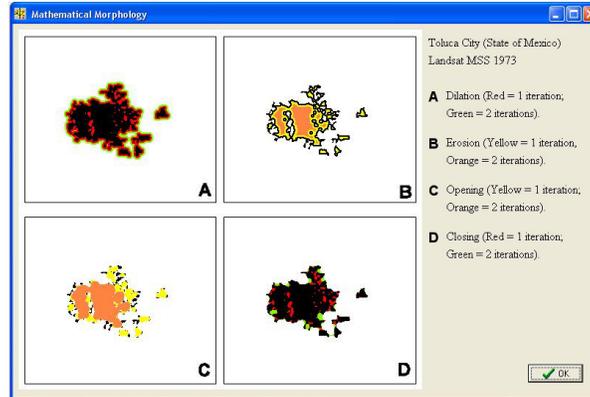


Figura 48. Ejemplos de tratamientos de Morfología Matemática sobre la zona urbana de Toluca en 1973 (imagen original Landsat MSS). Tema inicial en negro. A. Dilatación (rojo = una iteración; verde = 2 iteraciones). B. Erosión (Amarillo = una iteración; Anaranjado = dos iteraciones). C. Abertura (Amarillo = una iteración; Anaranjado = dos iteraciones) D. Cierre (rojo = una iteración; verde = 2 iteraciones).

El comando ***Morpho. Math. -> Treatment*** abre la ventana de diálogo de la figura 49. La figura 50 ilustra un tipo de tratamiento (Dilatación).

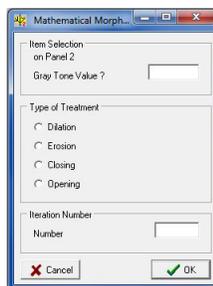


Figura 49. Ventana de diálogo "Treatment".

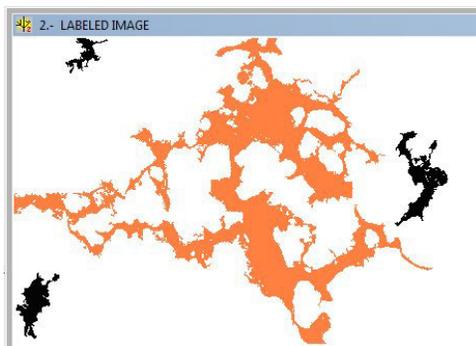


Figura 50A. Elección del tema a dilatar.

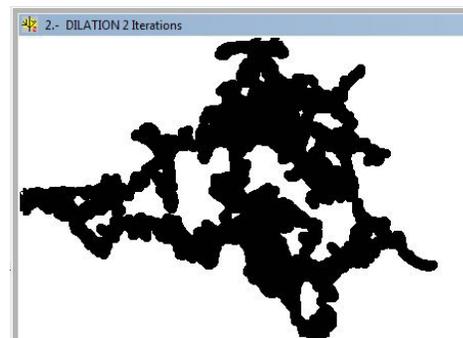


Figura 50B. Resultado de dos iteraciones.

#### IV.5.8. Hole Extraction

El software FROG\_V2 puede extraer huecos dentro de un tema que se encuentra en el panel 2 (imagen binaria o imagen etiquetada). El resultado se despliegue en el mismo panel y tiene un valor de tono de gris igual a 1, de tal manera que se puede realizar en un segundo tiempo un etiquetaje de los diversos huecos, lo que permite utilizar todas las funciones que se relacionan con una imagen etiquetada (ver sección V).

El comando **Hole Extraction -> Info** abre el comentario de la figura 51, y el comando **Hole Extraction -> Treatment** pide el valor del tema estudiado (Fig. 52).



Figura 51. Comentario sobre el tratamiento.

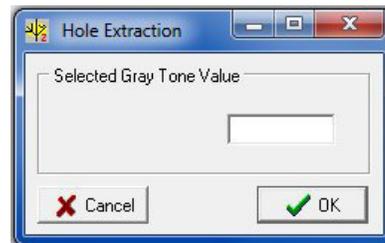


Figura 52. Valor del tema estudiado.

El resultado (Fig. 53) se materializa sobre el panel 2.

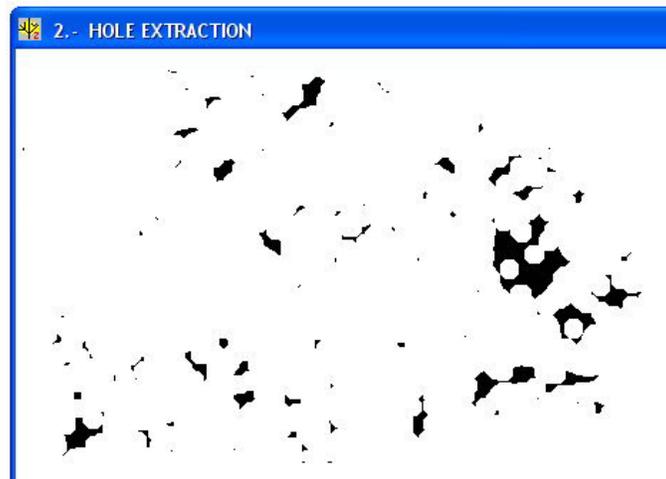


Figura 53. Imagen de los huecos.

#### IV.5.9. Perimeter Extraction

La extracción del perímetro se aplica a una imagen binaria o etiquetada (Panel 2).

El comando **Perimeter Extraction -> Info** abre la ventana de la figura 54 y el comando **Perimeter Extraction -> Treatment** abre otra ventana donde se pide el valor de tono de gris de la forma estudiada (Fig. 55).

La figura 56 muestra un resultado: los perímetros de los huecos que se extrajeron anteriormente.

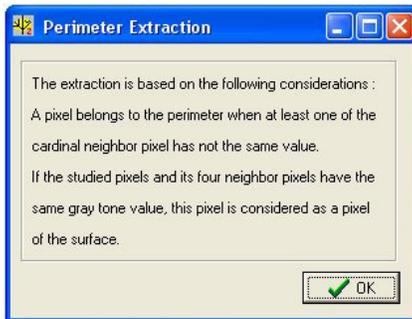


Figura 54. Información sobre la extracción del perímetro.

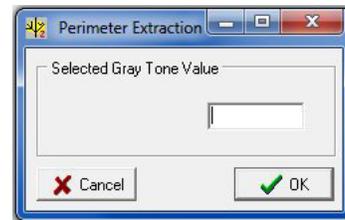


Figura 55. Selección del tono de gris del tema estudiado.

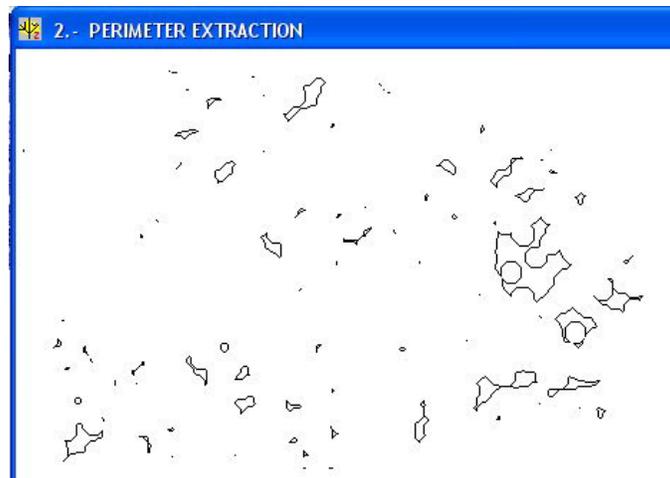


Figura 56. Perímetros de los huecos de la figura 52.

#### IV.5.10. Homogeneity

El comando **Homogeneity -> Info** abre la ventana de la figura 57 que ilustra la definición de homogeneidad.

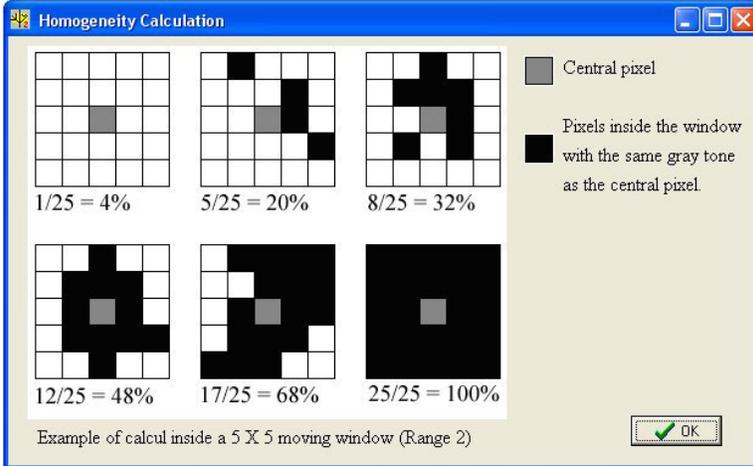


Figura 57. Cálculo de la homogeneidad.

Por su parte, el comando ***Homogeneity -> Treatment*** abre la ventana de dialogo que permite definir los parámetros del tratamiento (Fig. 58). El tratamiento puede tomar en cuenta imágenes del panel 1 o del panel 2. En los dos casos, definir los valores del umbral y el rango de la ventana móvil utilizada. También se necesita precisar si el cálculo se debe hacer en toda la ventana móvil o solamente cuando el píxel central de dicha ventana corresponde al valor del umbral.

El resultado se reporta en la figura 59.



Figura 58. Definición de los parámetros del tratamiento.

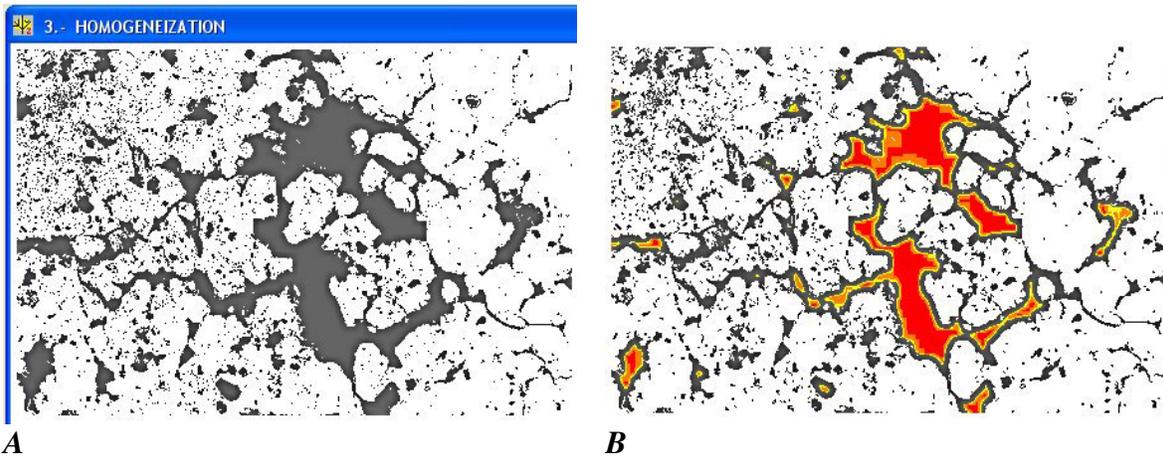


Figura 59. Ejemplo de cálculo de la homogeneidad. A. en tonos de gris. B. en color.

#### IV.5.11. Density

El comando **Density -> Info** abre la ventana de la figura 60 explicando como se calcula ese parámetro y a que corresponde.

En realidad, la noción anterior (Homogeneidad) corresponde igualmente a un cálculo de densidad. Por su parte el presente tratamiento calcula dentro de un motivo binario la repartición y la densidad de los píxeles que provienen de un umbral de la imagen original o de la imagen paramétrica.

El comando **Density -> Treatment** abre la ventana de dialogo que permite definir los parámetros del tratamiento (Fig. 61).

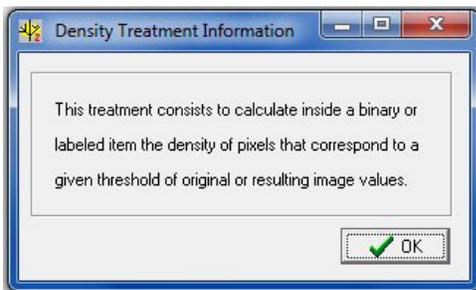


Figura 60. Información sobre el cálculo de la densidad.

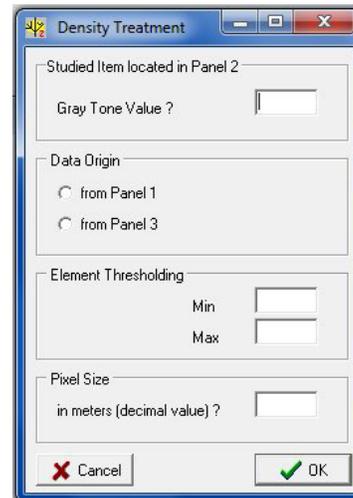


Figura 61. Introducción de los valores de los parámetros.

Al terminar el tratamiento se indica el porcentaje de los píxeles del umbral que se encuentran en la zona estudiada (Fig.62). Esos valores se reportan en el informe general.

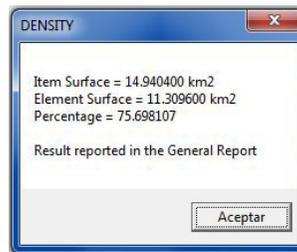


Figura 62. Resultado.

## V. Tratamientos aplicados a las imágenes etiquetadas

El *software* FROG\_V2 ofrece la posibilidad de estudiar los diversos componentes conectados que componen la imagen binaria. Se necesita solamente indicar el valor del tamaño mínimo de estos componentes y del tamaño máximo deseado. Por defecto el tamaño máximo que aparece en la caja de diálogo (Fig. 63) y corresponde al número total de píxeles que tienen el valor 1.

No es posible extraer más de 250 componentes conectados, porque la imagen que resulta es una imagen de 8 bits. La imagen que resulta se substituye a la imagen binaria y activa las funciones siguientes del menú **Binar. Treat.**, así como el botón  (8° botón), la “pipeta”, que permite atribuir un color a cada componente conectado. Es también posible conocer el número del componente conectado explorando la pantalla con el cursor, o utilizando la función del menú **Tools** que se llama *Gray Tones Number* que abre una ventana (Fig. 64) para elegir el tipo de imagen que se analiza.

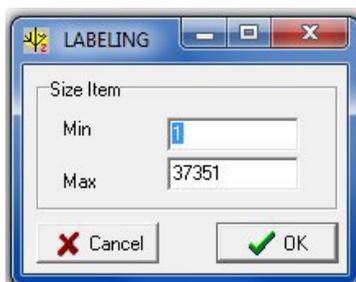


Figura 63. Ventana de dialogo para el etiquetaje.



Figura 64. Selección del tipo de imagen donde se debe buscar el número de tonos de gris.

Por otro lado, el comando **Labeling -> Info** explica (Fig. 65) como se extraen los conjuntos de píxeles y a que ellos corresponden (ensamble de píxeles ligados por 8 lados).

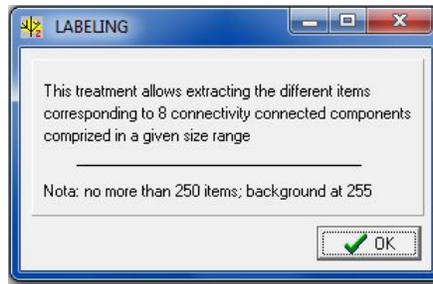


Figura 65. Información sobre el etiquetaje.

El comando **Labeling -> Treatment** abre una ventana de dialogo (ver Fig. 63) que permite definir el tamaño mínimo y máximo de los conjuntos a etiquetar, en número de píxeles.

Las siguientes funciones del menú **Binar. Treat.** se activan al aparecer la imagen etiquetada (Fig. 66).

Las funciones activadas son las siguientes:

- Resizing Box Counting**
- Perimeter**
- Perimeter Orientation**
- Moving Circle**
- Pattern Recognition**

**NOTA 9:**

- a) Un nuevo etiquetaje requiere hacer de nuevo una binarización.
- b) Si existe un informe general, la información referente a los componentes conectados obtenidos se anota automáticamente (número de código, número de píxeles, porcentaje, etc.).
- c) Como el número máximo de códigos es igual a 250, se necesita si necesario definir varios grupos para estudiar todos los conjuntos de píxeles, por ejemplo un primer grupo con tamaño de 0 a 500 y un segundo con un tamaño mas grande que 500.

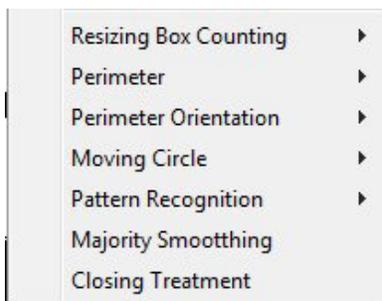


Figura 66. Funciones relacionadas con el etiquetaje.

## V.1. Resizing Box Counting

El conteo de cajas calcula realmente la dimensión fractal, pero también esta medida se relaciona con la ocupación del espacio por la forma estudiada. Por esta razón, parece mejor utilizar esta última función para calcular la dimensión fractal de los diversos componentes conectados. Este procedimiento transfiere cada componente conectado en una zona lo que reduce al mínimo el efecto de la ocupación del espacio.

El comando **Resizing Box Counting -> Info** abre un comentario (Fig. 67).

Con el comando **Resizing Box Counting -> Treatment** es posible elegir un objeto o hacer el cálculo tomando en cuenta todos los objetos (Fig. 68).

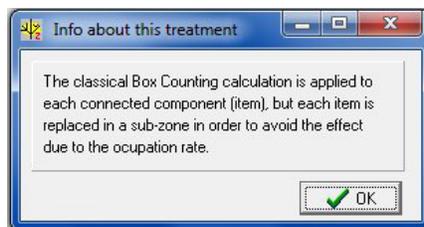


Fig. 67. Información sobre el tratamiento.

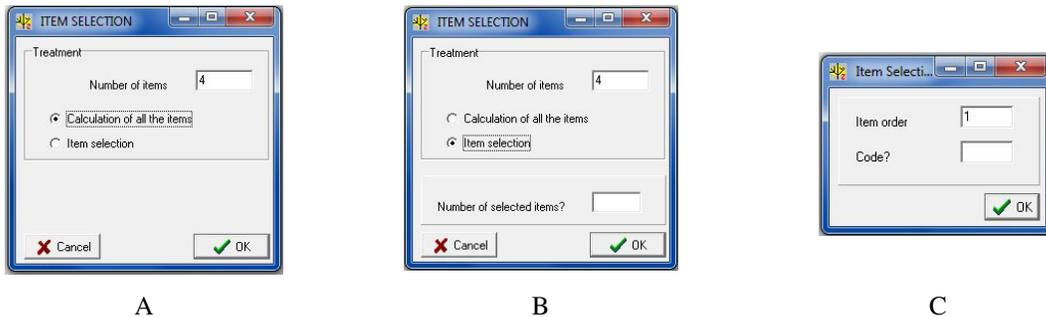


Figura 68. Selección. A. Cálculo sobre todos los ítems; B. Número de ítems seleccionados; C. Código de cada ítem seleccionado.

Si se utiliza la función “*Item selection*”, el programa pide el número de objetos seleccionados y el código de cada uno. Los valores de los 5° primeros objetos aparecen en un mensaje (Fig. 69) y la totalidad de todos los cálculos se registran en el informe general.



Figura 69. Primeros valores obtenidos utilizando el “Resizing Box Counting”.

Como se mencionó anteriormente el conteo de cajas “clásico” indica para el componente conectado 2 un valor igual a 1.635178 porque la imagen original es mayor que las otras. Utilizando el “*Resizing Box Counting*” el valor de la dimensión fractal es igual a 1.711044.

También se puede observar que el objeto 2 y el objeto 4 tienen absolutamente el mismo valor incluso si el tamaño es totalmente diferente.

## V.2. Perimeter

Este tratamiento considera el perímetro de los componentes conectados (ver Fig. 70 que aparece usando el comando *Perimeter -> Info*). Una dilatación se aplica en primer lugar para extraer el perímetro y aislar totalmente dicho perímetro. Entonces la longitud del perímetro ( $L_p$ ) se calcula utilizando unidades crecientes ( $L_u$ ). El cálculo de la dimensión fractal considera el inverso de la pendiente  $\log(L_p)/\log(L_u)$  más 1.

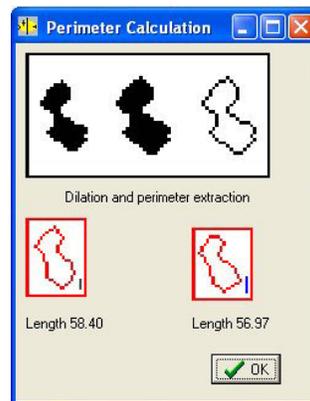


Figura 70. Cálculo del perímetro.

Como en el caso del “*Resizing Box Counting*” es posible elegir un objeto o calcular todos los objetos (ver Fig. 68). Si se utiliza la función “*Item selection*”, el programa pide el número de objetos seleccionados y el código cada uno. Los valores de los 5° primeros objetos aparecen en una ventana de mensaje (Fig. 71) y estos valores se registran en el informe general.



Figura 71. Primeros valores obtenidos utilizando la función “*Perimeter*”.

### V.3. Perimeter Orientation

Esta función se relaciona con el cómputo de la orientación de segmentos de tamaño  $n$  que describen un objeto. Esta orientación se calcula en el espacio trigonométrico, el punto inicial correspondiente al píxel izquierdo más bajo de la forma estudiada (ver figura 72 proporcionada por el comando **Perimeter Orientation -> Info**).

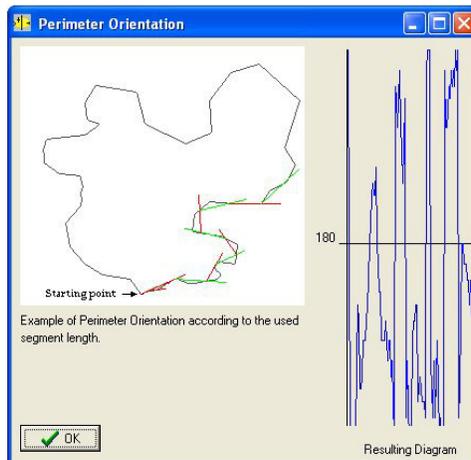


Figura 72. Orientación del perímetro.

La ventana de diálogo (Fig. 73) pide el código del objeto estudiado y la longitud del segmento utilizado para calcular la orientación.

El resultado es un diagrama (Fig. 74) que se puede guardar en la misma condición que lo anterior. Por otra parte, el nombre de este tratamiento aparece en el diagrama del menú para ser visualizado una vez más en caso de necesidad.

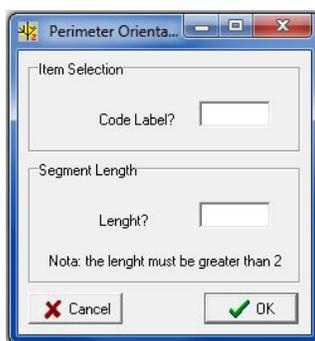


Fig. 73. Parámetros Orientación.

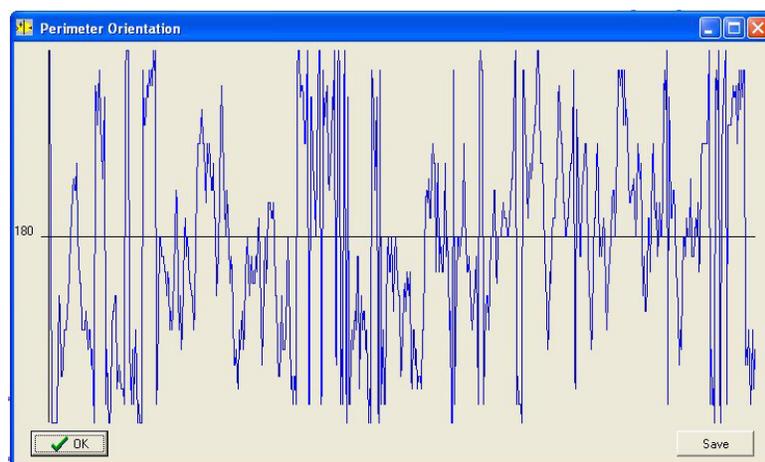


Figura. 74. Diagrama resultante.

#### V.4. Moving Circle

Otra manera para calcular la dimensión fractal consiste en llenar el objeto por medio de un círculo que crece regularmente. Hay dos posibilidades:

- contar el número de de círculos del tamaño  $C_z(n)$  que se necesita para llenar la forma,
- llenar la forma con un círculo móvil del tamaño  $C_z(n)$ . El número de círculos encontrados es igual a  $C_f(n)$ ,  $n$  que corresponde al factor de incremento.

En el primer caso la curva que resulta es asintótica, en el segundo corresponde a una línea que permite calcular la pendiente de la curva  $\log(C_f)/\log(C_z)$ .

El tratamiento es ilustrado por la figura 75 obtenida con el comando **Moving Circle** -> **Info**.

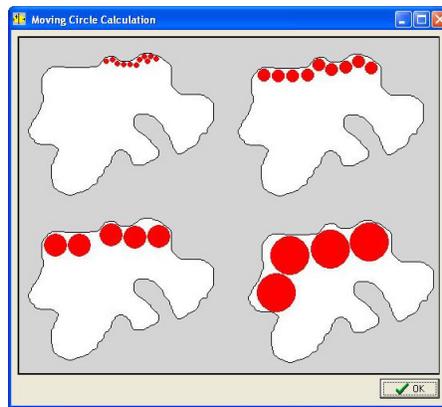


Figura 75. Llenado con un círculo móvil.

La ventana de diálogo correspondiente (Fig. 76) permite elegir del tratamiento más apropiado. El problema principal se relaciona con la duración del procedimiento que requiere mucho tiempo si el componente conectado contiene más de 2000 píxeles. El tratamiento dos presentado aquí ilustra el tipo de resultado esperado.

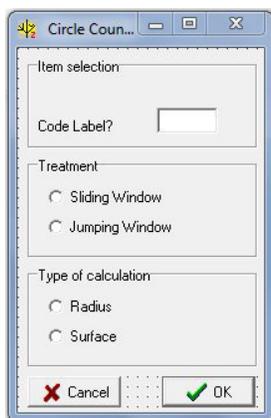


Figura 76. Dialogo para iniciar el tratamiento.

El tratamiento “*Sliding Window*” significa que el círculo de tamaño  $n$  no considera la posición anterior para cubrir la forma estudiada. La opción “*Jumping Window*” significa que el círculo de tamaño  $n$  se toma en cuenta solamente si el espacio está libre, como lo que se presenta en la figura 75. En cuanto al tipo de cálculo, la opción “*Surface*” significa que el tamaño del primer círculo corresponde a un punto, lo que no toma en cuenta la opción “*Radius*”.

Los ejemplos presentados en las figuras 77 y 78 consideran la opción “*Surface*”. El primer resultado (Fig. 77) se basa en un cálculo tipo “*Sliding Window*”, y el segundo resultado (Fig. 78) corresponde a la opción “*Jumping Window*”.

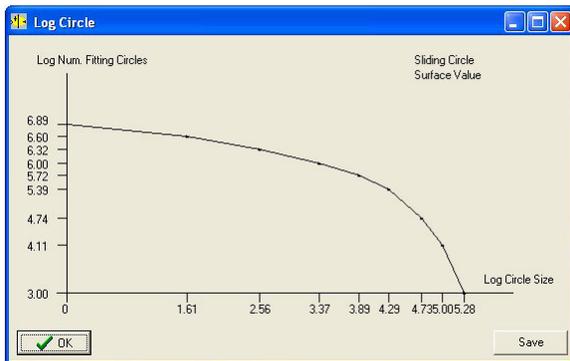


Figura 77. Círculo móvil utilizando la opción “*Sliding Window*”.

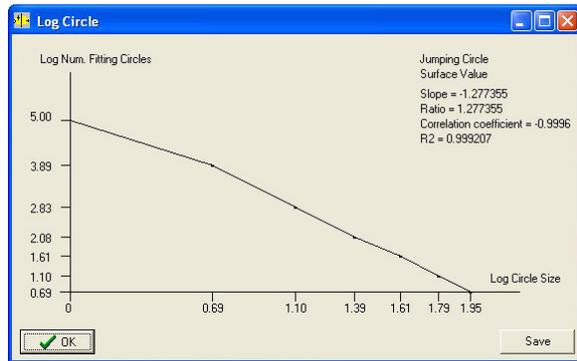


Figura 78. Círculo móvil utilizando la opción “*Jumping Window*”.

## V.5. Pattern Recognition

Algunos parámetros describen las formas. Entre ellos se puede notar:

- la superficie  $S_p$  que corresponde al número total de píxeles ( $n_{pt}$ ) que describen la forma así como este valor en metros cuadrados considerando el tamaño del píxel,
- los coordenadas del centro de la gravedad,
- el número de píxeles  $n_{pp}$  que pertenecen al perímetro  $P_p$  y la medida correspondiente en metros,
- la superficie recalculada  $S_r$  aplica la fórmula de Pratt (1976) ( $S_r = \sum n_{ps} + \sum n_{pp}/2$ , donde  $n_{ps}$  es el número de píxeles que describen la superficie, es decir  $np - n_{pp}$ ) y su valor en  $m^2$ ,

- la longitud del perímetro  $Pl$  proveniente de un seguimiento del contorno (en píxeles y en metros),
- el índice del redondez  $\rho$  que se calcula como sigue:  $\rho = npp^2/nps$ , el radio perímetro/superficie  $\xi$  igual a:  $\xi = (npp/nps) \times 100$ , así como la misma relación tomando en cuenta la longitud del perímetro  $Pl$  y la superficie recalculada  $Sr$  (este índice  $\zeta$  es igual a:  $\zeta = (Pl/Sr) \times 100$ ),
- el índice de la convexidad  $Ci$  que corresponde al radio  $Sp/Sc$ , donde  $Sc$  es el valor en píxeles de la zona convexa que circunscribe la forma estudiada (la zona convexa se obtiene utilizando la marcha de Jarvis); este índice se calcula como sigue:  $CI = (npt/npz) \times 100$ , donde  $npz$  corresponde al número total de píxeles describiendo la zona convexa,
- el índice  $RCI$  es un índice de convexidad que toma en cuenta el perímetro de la forma que considera el número de píxeles  $npp$  que definen los perímetros (se debe notar que a veces existen un perímetro externo y perímetros internos) y el número de píxeles  $npc$  que describen el perímetro de la zona convexa; se calcula como sigue:  $RCI = (npc/npp) \times 100$ ,
- el número de huecos  $NH$ ,
- el mínimo, el máximo y el tamaño promedio de estos huecos,
- la tasa de porosidad  $\varpi$  que corresponde a un radio entre el número de píxeles  $nph$  que pertenecen a los huecos y el número de píxeles  $npt$  que describen la forma; la ecuación es la siguiente:  $\varpi = (nph/(nph+npt)) \times 100$ ,
- la tasa de porosidad de la convexidad  $\Omega$  que establece la relación entre el número de píxeles  $nph$  encontrado en los huecos y el número total de píxeles  $npz$  que pertenecen a la zona convexa; la ecuación es:  $\Omega = (nph/npz) \times 100$ ,
- el índice externo de la convexidad y el índice externo de la convexidad del perímetro,
- y dos coeficientes basados en las consideraciones siguientes; el algoritmo dibuja el círculo que tiene el mismo número de píxeles que el número total de píxeles  $npt$  describiendo la forma para comparar la zona más convexa posible con la forma estudiada; el radio  $Rc$  y el perímetro  $PC$  de este círculo se obtienen aplicando las ecuaciones siguientes:  $Rc = \sqrt{(npt/\pi)}$  y  $PC = \pi^2 \times Rc$ ; el primer coeficiente considera todos los perímetros encontrados en la forma (internos y externos) y el segundo solamente el perímetro externo de la forma; se calculan estos coeficientes como sigue:  $R_1 = npp/npc$  y  $R_2 = npe/npc$  donde  $npe$  es el número de los píxeles externos del perímetro y  $npc$  el número de los píxeles que describen la frontera del círculo.

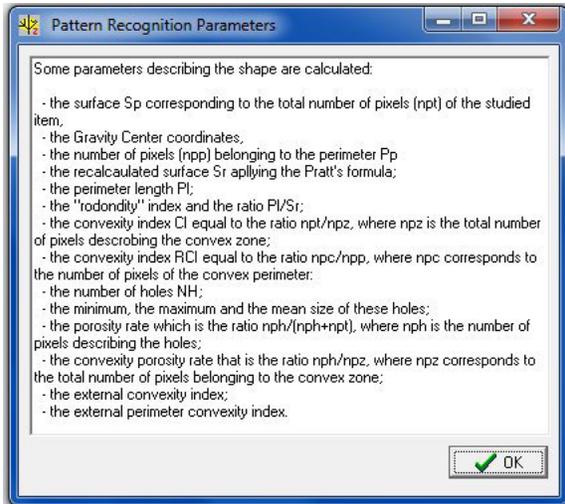


Figura 79. Lista de los parámetros calculados.

El comando ***Pattern Recognition -> Info*** abre una ventana que comprende una descripción somera de los parámetros calculados (Fig. 79).

Estos parámetros se calculan para cada componente conectado proporcionado por el etiquetaje y los resultados se registran en el informe general.

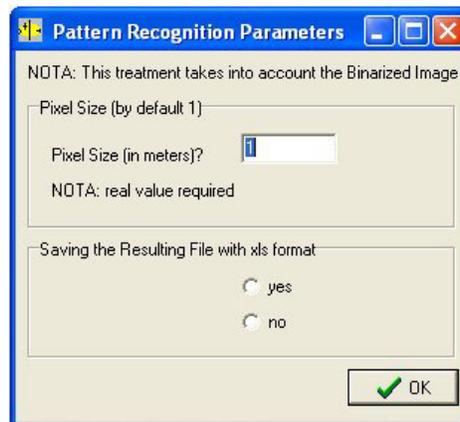


Figura 80. Ventana de dialogo para calcular los parámetros de Reconocimiento de Patrones.

La ventana de dialogo de la figura 80 permite definir el tamaño del píxel y reporta los resultados no solamente en el informa general, si no también en un archivo xls.

## VI. Tratamientos aplicados a imágenes en tonos de gris

La segunda secuencia de tratamientos se refiere a procedimientos aplicados a las imágenes en tonos de grises. Estos tratamientos proporcionan medidas fractal, pero también los

resultados que se pueden tomar en cuenta para validar o definir los valores de umbral utilizados para obtener una imagen binaria.

El menú “**Gray tones Treat.**” contiene las funciones siguientes:

*3D Fractal global*  
*Local Fractal dimension*  
*Lacunarity*  
*Fract. Star*  
*Fract. Prism*  
*Local roughness*  
*Cubic density*  
*Morlet*  
*Gray tones sequence*

### *VI.1. 3D Fractal global*

Esta medida como lo muestra la figura 81 que abre el comando ***Fractal Global -> Info*** se hace en una zona cuadrada extraída a partir de la imagen, el tamaño del lado del cuadrado se relaciona con el número de líneas (*lin*) o el número de columnas (*columna*) mediante la función:  $Ws = \min(lin, columna)$  donde  $Ws$  es el valor del lado del cuadrado.

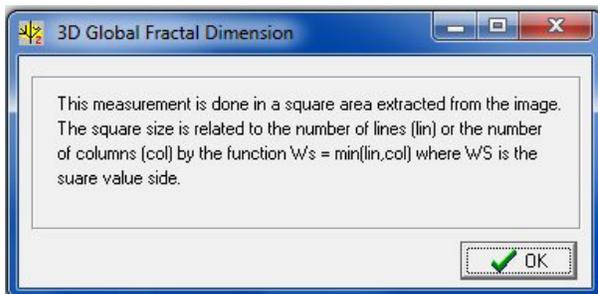


Figura 81. Cálculo de la Dimensión Fractal Global.



Figura 82. Dimensión Fractal Global.

El cálculo se inicia con el comando ***Fractal Global -> Treatment***; el resultado aparece en la pantalla (Fig.82) y se registra eventualmente en el informe general.

### *VI.2. Local Fractal Dimensión*

Muchos métodos están disponibles para estimar la dimensión fractal de superficies; en el presente caso (Taud y Parrot, 2005), la dimensión fractal de cada píxel de una imagen en formato raster se calcula en una ventana móvil centrada en este píxel, utilizando un método de conteo de cajas en el espacio tridimensional. Dentro de un cubo de tamaño  $s \times s \times s$  centrado en el píxel estudiado, el volumen que corresponde a la superficie en tonos de gris

se inscribe en un conjunto de voxeles (ver la figura 83 expuesta por el comando “**Local Fractal Dimension -> Info**”).

La dimensión fractal corresponde al inverso de la pendiente  $P = \ln(q) / \ln(Ns)$ , donde  $q$  es el tamaño de la caja y  $Ns$  el número total de cajas llenadas. Al calcular la pendiente, el coeficiente de correlación  $R^2$  también se computa.

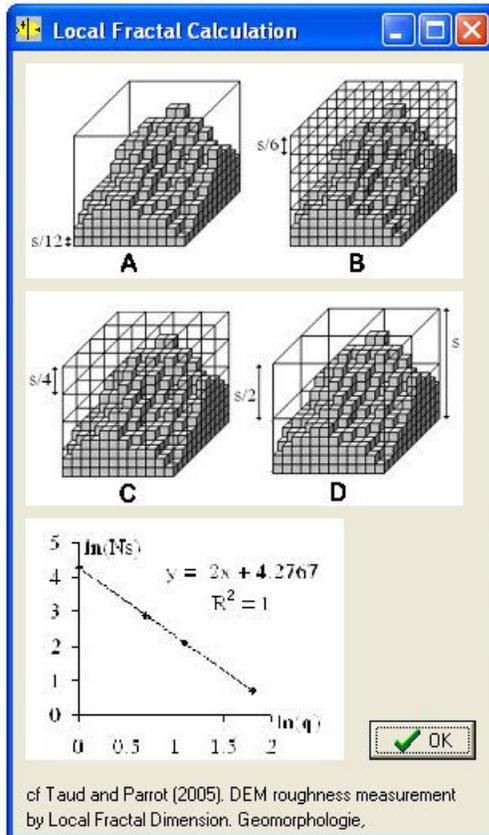


Figura 83. Ilustración concerniente al cálculo de la dimensión fractal local.

Una ventana de diálogo (Fig. 84) se utiliza definir los diversos parámetros. El tamaño de la ventana móvil es igual a 12 o 24 y también se utiliza es un factor  $H$  para acentuar por medio de valor bajo de  $H$  o para alisar con un valor fuerte de  $H$ , la respuesta de reflexión.

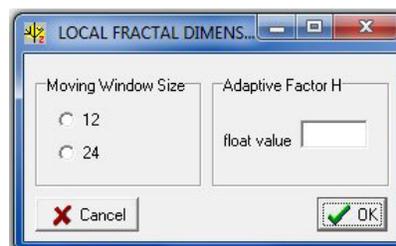


Figura 84. Ventana para introducir los parámetros requeridos para calcular la dimensión fractal local.

Al final del tratamiento aparece un mensaje (Fig. 85) con los valores obtenidos (Mínimo, Máximo y Promedio), valores reportados en el informe general.

**NOTA 10:** El uso de una ventana móvil de tamaño 24 borra parcialmente los rasgos secundarios de la imagen resultante; con una ventana de tamaño 12 así como un H bajo, estos rasgos se distinguen mejor.

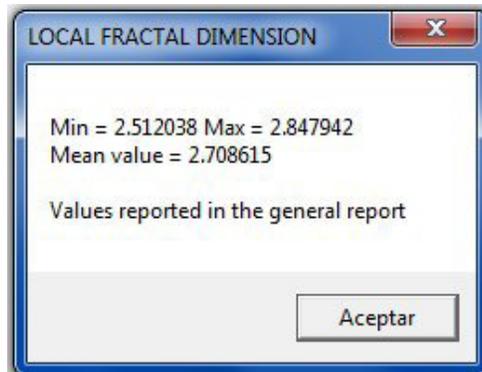


Figura 85. Resultado del tratamiento.

Por otro lado, los resultados se presentan en un diagrama (Fig. 86) que se puede salvar como descrito anteriormente y el nombre de este tratamiento aparece en el menú "Diagram" para visualizarlo de nuevo si es necesario.

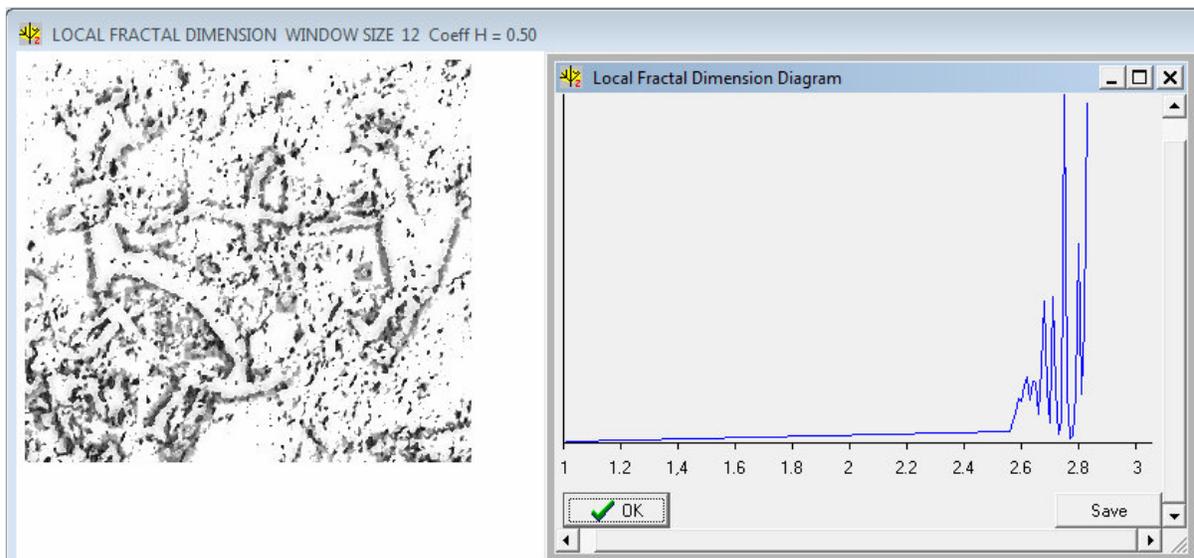


Figura 86. Imagen y Diagrama resultantes.

### VI.3. Lacunarity

La “lagunaridad”  $A$  presenta una característica fractal de reescalado. El algoritmo utilizado aquí se basa en la definición de Alain y Cloitre (1991). La primera curva obtenida presenta una disminución hiperbólica cuando el tamaño de la ventana móvil  $r$  aumenta. Por otra parte, en el diagrama  $(A)$  vs  $(r)$  la curva observada corresponde a  $D - 2$ . Es decir que la pendiente de la línea recta corresponde al exponente de Hurst, como  $D - 2 = -H$  (Voss, 1985).

El tratamiento se puede aplicar a la imagen binaria o a la original. (Fig. 87). Se puede notar que el tamaño de la ventana móvil es igual a  $W = (K \times 2) + 1$ , donde  $K$  corresponde al rango. Cuando  $K = 0$ , el tamaño de la ventana corresponde al tamaño de un píxel.

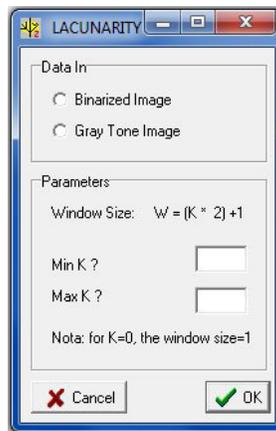


Figura 87. Ventana de dialogo referente al índice de Lagunaridad.

Dos diagramas se presentan cuando se termina el tratamiento (Fig. 88). Los valores correspondientes se pueden guardar aplicando el proceso descrito anteriormente.

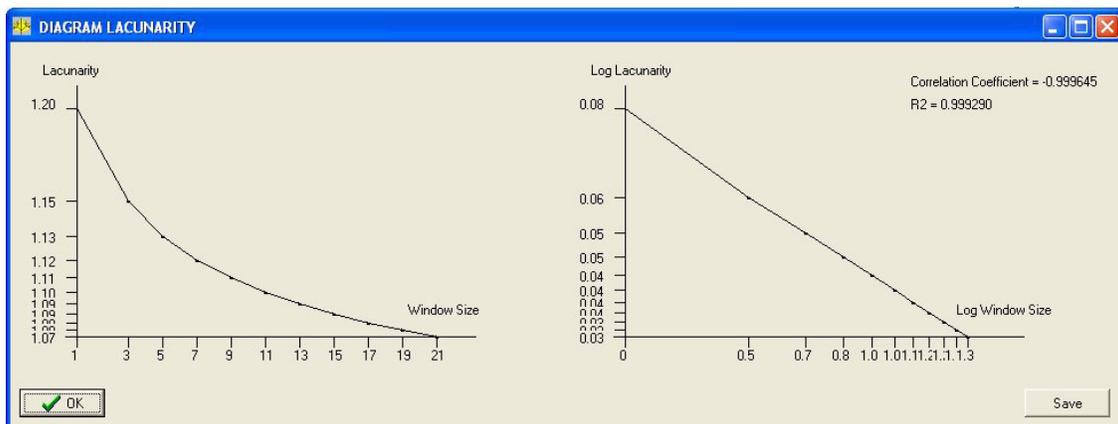


Figura 88. Diagramas resultantes.

#### VI.4. Fract. Star

Este tratamiento se basa sobre un nuevo contexto que toma en cuenta los valores  $z$  en tonos de gris y considera la imagen en tono de gris como un modelo digital de elevación donde  $z = f(x, y)$ , como es el caso para el cómputo de la dimensión fractal local (ver arriba). De hecho, siguiendo una dirección vertical o diagonal a partir del píxel estudiado, es posible calcular una longitud ( $l$ ) que corresponde a la suma de las hipotenusas ( $h$ ) que unen el valor del tono de gris de dos píxeles que se toman en cuenta en función del intervalo que les separa.

Se calcula la hipotenusa como sigue:  $h = \sqrt{d^2 + abs(P_0 - P_1)}$ , donde  $P_0$  y  $P_1$  están dos píxeles consecutivos según la distancia  $d$  de separación. Se nota que esta longitud disminuye cuando la distancia entre los píxeles aumenta (ver figura 89 proporcionada por el comando "**Fract. Star . -> Info**").

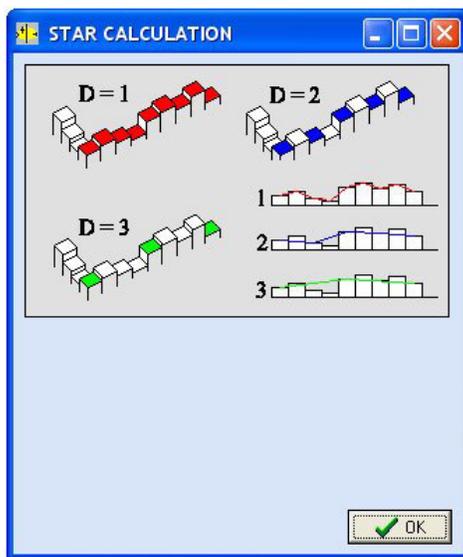


Figura 89. Calculo de las distancias en el programa Fract. Star.

Es posible entonces calcular la pendiente  $\log(l)/\log(d)$  para obtener la dimensión fractal. Aunque la imagen tratada corresponde a una imagen en tonos de gris tridimensional, la dimensión obtenida se calcula en el espacio euclidiano 2D (1, 2), porque lo que se mide corresponde a una distancia.

Se realiza el cálculo utilizando la cruz griega (es decir considerando las direcciones cardinales), la cruz de San Andrés (que considera las direcciones diagonales) o finalmente calcular la distancia en 8 direcciones (estrella). Por otra parte, es posible seleccionar la longitud mínima, la longitud máxima, o la longitud promedia (ver Fig. 90). Si el cómputo y la imagen que resulta consideran todos los valores de la imagen en tonos de gris, ese cálculo puede igualmente tomar en cuenta la superficie que corresponde a un objeto seleccionado después de hacer un etiquetaje o una binarización (Fig. 91).

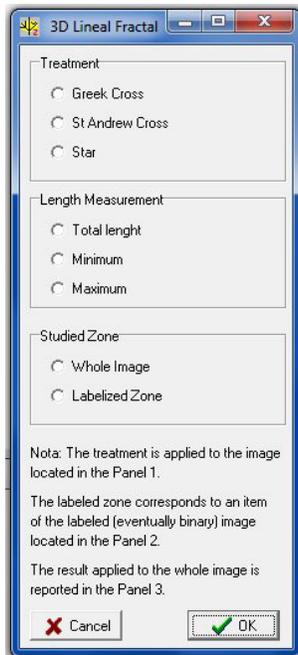


Figura 90 Condiciones de ejecución de la dimensión fractal radial.

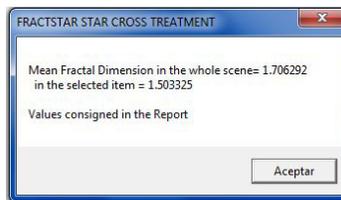


Figura 91. Información sobre el resultado. En el presente ejemplo, se nota que el resultado concierne no solamente toda la imagen, sino también la zona que corresponde a un conjunto de píxeles elegido sobre el panel 2.

Sigue el despliegue del resultado (Fig. 92).

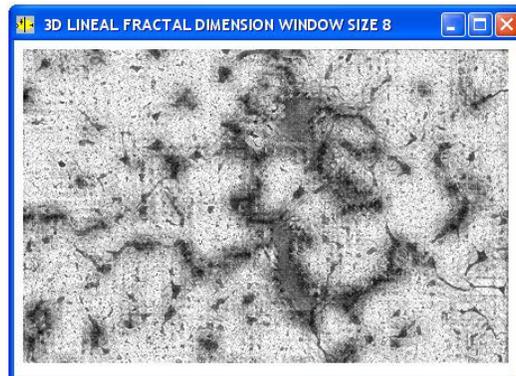


Figura 92. Imagen resultante de la dimensión fractal radial.

### VI.5. Prismatic Fractal

Ese cálculo se basa sobre la noción de la medida de una superficie en el espacio tridimensional (Parrot, 2007). En el artículo mencionado, se trataba de medir el porcentaje de aumento de la superficie de una forma pasando del espacio bidimensional al espacio tridimensional (Fig. 93). En el presente caso, se calcula la superficie tridimensional aumentando la distancia entre el píxel estudiado y los píxeles vecinos. Se toman en cuenta en primer lugar los vecinos inmediatos, después los vecinos que se encuentran a una distancia igual a 2 y finalmente los vecinos ubicados mas lejos.

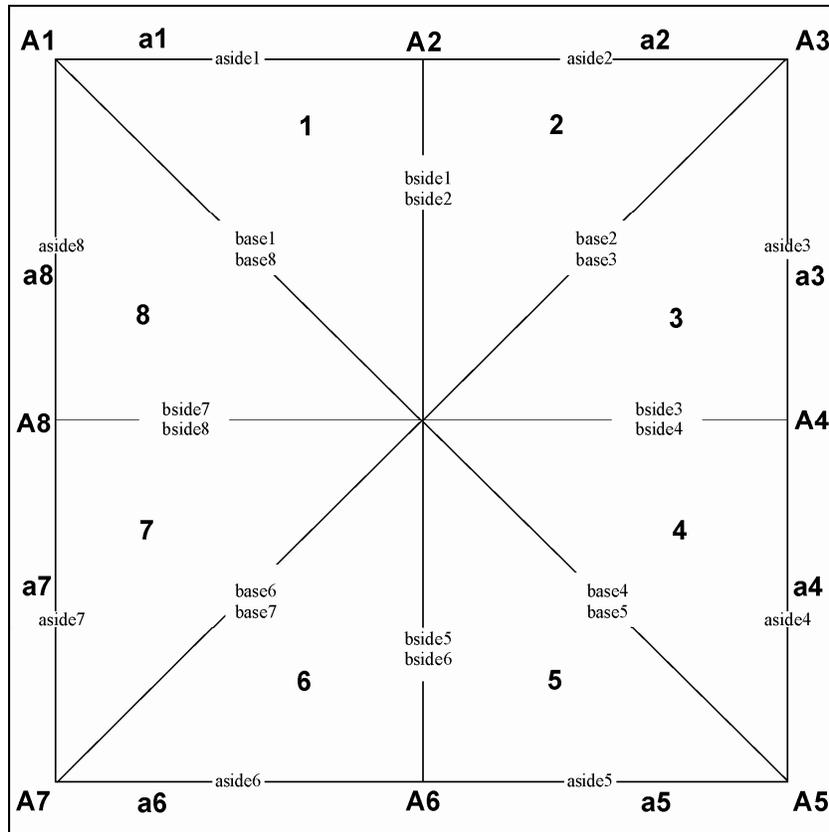


Figura 93. Calculo de la superficie tridimensional (en Parrot, 2007).

En cada etapa, a partir del nivel del tono de gris de cada píxel (tono de gris que se considera como un valor de altitud) se definen ocho triángulos; la longitud de los tres lados de un triángulo permite medir el valor de la superficie utilizando la formula de Heron. Dicha formula es la siguiente:

$$St_{(n)} = \sqrt{\omega(\omega - L_1)(\omega - L_2)(\omega - L_3)}$$

donde  $L_1, L_2, L_3$  son las longitudes respectivas de lados de un triángulo,  $\omega = (L_1 + L_2 + L_3)/2$  y  $n$  el numero de orden del triángulo. La superficie

total del prisma de rango  $m=1$  así creado corresponde a la suma de la superficie de los 8 triángulos que lo componen:  $S_{(m)} = \sum_{n=1,8} S_{t(n)}$

Mas larga la distancia entre el píxel central y los píxeles vecinos tomados en cuenta, más suave se presenta la superficie del prisma en función del rango. De esta manera se puede definir un decremento que permite medir la dimensión fractal del píxel en estudio.

Se calcula de la misma manera las superficies siguientes. Por fin el valor propuesto para la dimensión fractal corresponde a 2 menos la pendiente  $\log(S_{(m)})/\log(m)$ .

El comando **Fract Prism -> Info** ofrece una información sobre el cálculo de la superficie de un píxel reemplazado en el espacio tri-dimensional (Fig. 94).

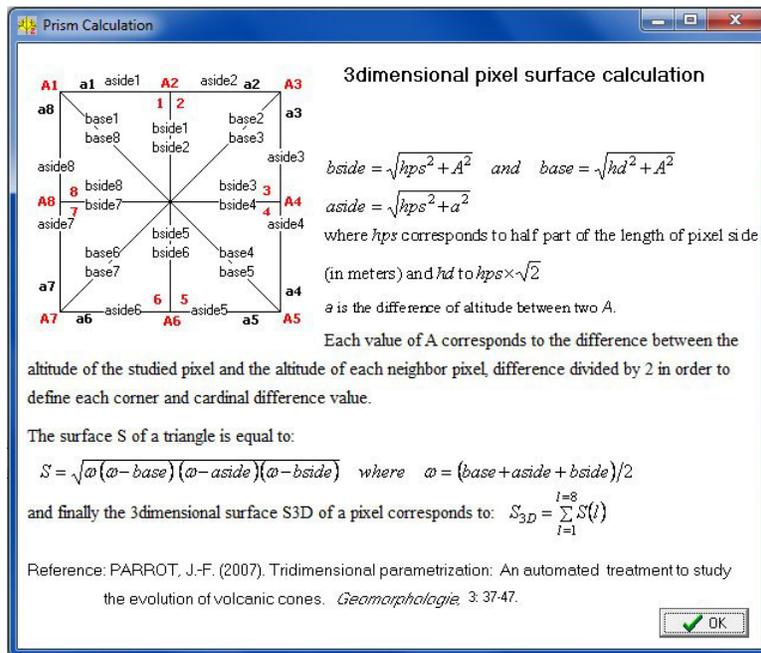


Figura 94. Información sobre las bases del cálculo.

El comando **Fract Prism -> Treatment** abre una ventana de dialogo que permite iniciar o cancelar el tratamiento (Fig. 95).



Figura 95. Inicio del tratamiento.

La imagen resultante (Fig. 96A) proviene de una normalización entre 0 y 255 del valor de la dimensión fractal calculada para cada píxel. El valor mínimo, el valor máximo y el promedio se reportan en el informe general (Fig. 96B).

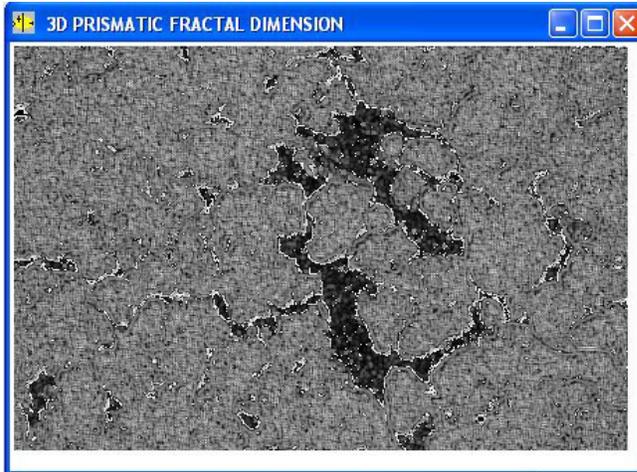


Figura 96A. Prismatic fractal imagen



Figura 96B. Resultados reportados en el informe general.

## VI.6. Local Roughness

Esta función relativamente simple se contenta de hacer la suma de los tonos de gris dentro de una ventana móvil de  $3 \times 3$  y luego de dividir el resultado entre 9 (ver figura 97 proporcionada por el comando "**Local Roughness. -> Info**"). Tomando en cuenta el valor mínimo y el valor máximo encontrados en la imagen, se realiza una normalización entre 0 y 255. En realidad este tratamiento se puede utilizar para hacer rápidamente un umbral de la imagen en estudio (Fig. 98).

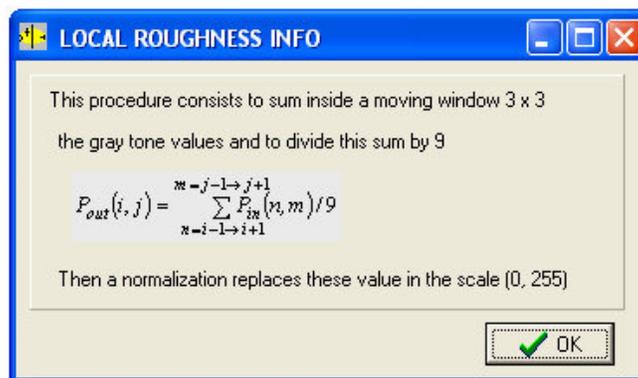


Figura 97. Información concerniente al tratamiento.

Como en el caso del tratamiento anterior, el comando ***Local Roughness -> Treatment*** abre la ventana de dialogo de la figura 95. La figura 98 corresponde a un ejemplo de resultado.

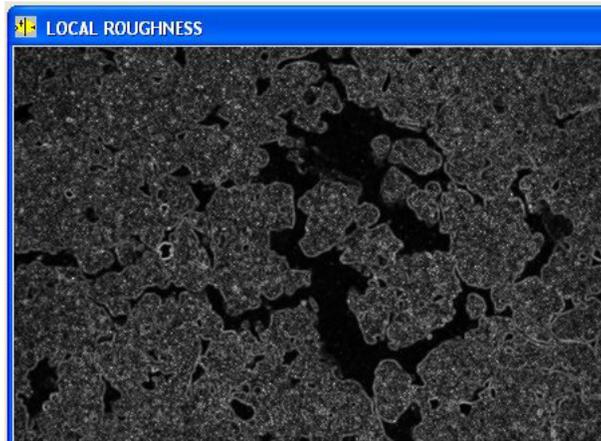


Figura 98. Ejemplo de resultado.

### VI.7. Cubic Density

El proceso consiste en calcular la diferencia entre el píxel estudiado y los píxeles vecinos dentro de una ventana móvil de  $n \times n$  píxeles y pone estos valores en un cubo de  $n \times n \times n$  cubitos. La columna correspondiente al píxel estudiado se llena hasta la altura  $n / 2$  (en realidad la altura es igual a  $A = (\text{int})[(n/2)+0.5]$  de tal manera que por ejemplo para un valor de  $n = 5$ ,  $A$  sea igual a 3). El llenado de todas las otras columnas depende de la diferencia entre el valor del píxel central y del píxel correspondiente a una columna y de el salto máximo entre los valores definido por el usuario. No se llena la columna si el valor del píxel es más pequeño que el valor del píxel central y si la diferencia excede el valor del salto. Al contrario la columna se llena totalmente si el valor del píxel es más grande que el valor del píxel central y si la diferencia excede el valor del salto. Por otro lado, el llenado de los valores intermedarios depende del valor del píxel y del rango que la diferencia ocupa dentro del salto (Fig. 99).

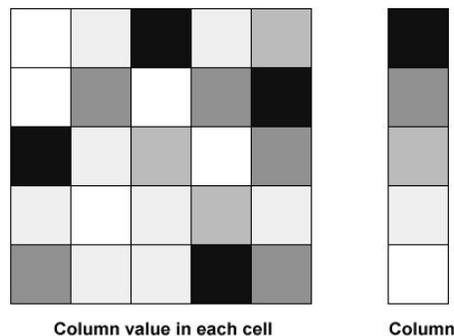


Figura 99. Llenado de los cubitos en una ventana  $5 \times 5$ . En este ejemplo se llenan un total de 26 cubitos. El número total de cubitos es igual a 125 y la relación es de 20.8.

Por ejemplo, si el salto es de 10, cada cubito para un cubo de  $5 \times 5 \times 5$  equivale a 5, es decir 10 arriba y 15 abajo. El resultado final es igual al numero total de cubitos llenos  $C_l$  entre el numero total  $N_c$  de cubitos dentro del cubo. Se debe notar que en realidad dentro de un cubo de  $5 \times 5 \times 5$ , un píxel aislado con valores de los píxeles vecinos mas bajos que el salto, el numero total de cubitos llenados es igual a 3 y que para un píxel aislado con valores de los píxeles mas alto que el salto, el numero total de cubitos llenados será igual a 123, lo que significa que se debe ponderar el radio  $C_l/N_c$  como se muestra en la figura 100.

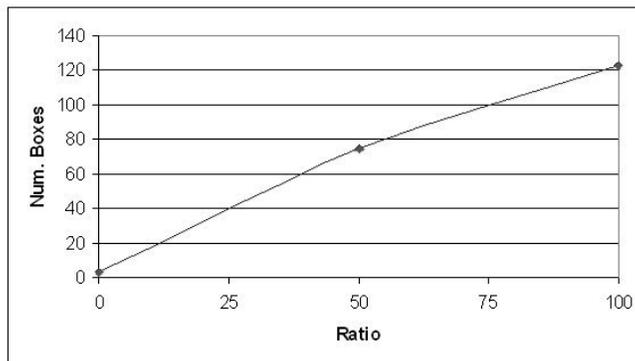


Figura 100. Relación entre el radio y el número de cubitos llenos.

El commando **Cubic Density -> Info** abre una ventana que describe el proceso y el commando **Cubic Density -> Treatment** abre una ventana de dialogo que permite introducir los parámetros (Fig. 101). La figura 102 ilustra el resultado.

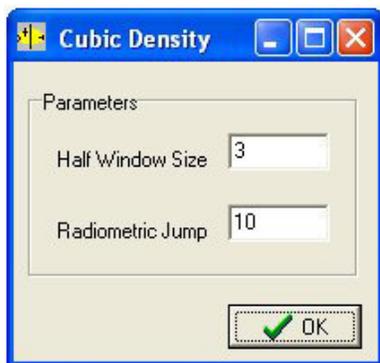


Figura 101. Parámetros requeridos.

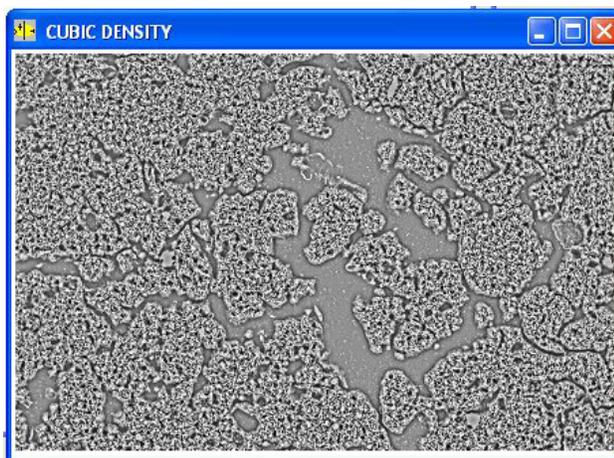


Figura 102. Imagen resultante.

## VI.8. Morlet

Se aplica aquí una ondoleta, la ondoleta de Morlet (Goupillaud *et al.*, 1984). que corresponde a una gaussiana multiplicada por un seno (ver formula en la ventana abierta por

el comando **Morlet -> Info** (Fig. 103). La convolución depende del factor de reescalado  $\sigma$  y del tamaño de la matrice. La ventana de dialogo (Fig, 104) que inicia el tratamiento permite definir estos dos parámetros.

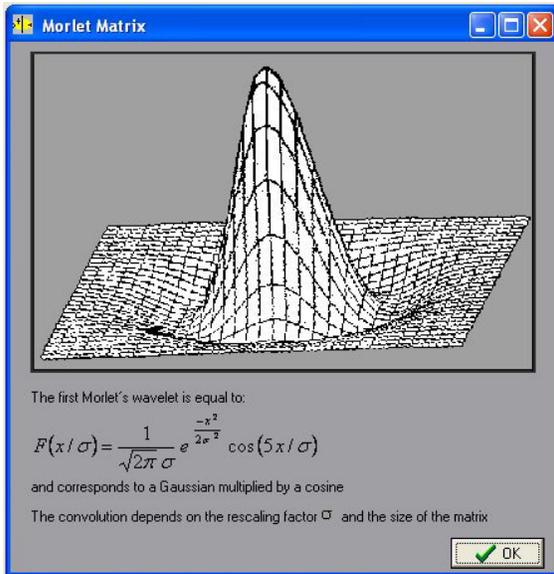


Figura 103. La primera forma de la ondoleta de Morlet.

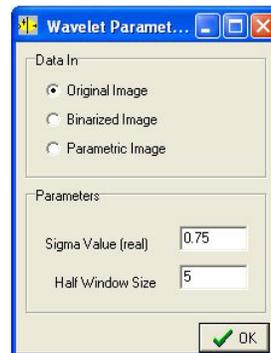


Figura 104. Parámetros

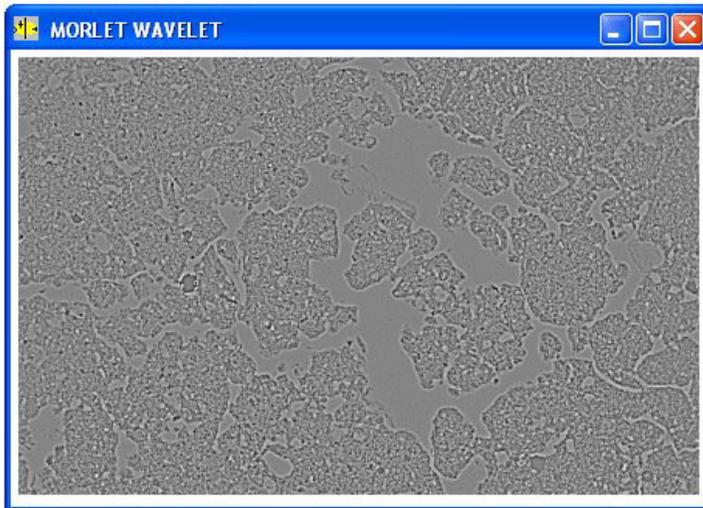


Figura 105. Imagen de la convolución correspondiente

### VI.9. Gray Tones Sequence

Esta función extrae los valores en tonos de gris de una imagen, estableciendo una secuencia continua que permite calcular índices (Oleschko *et al.*, 2004) como por ejemplo el exponente de Hurst.

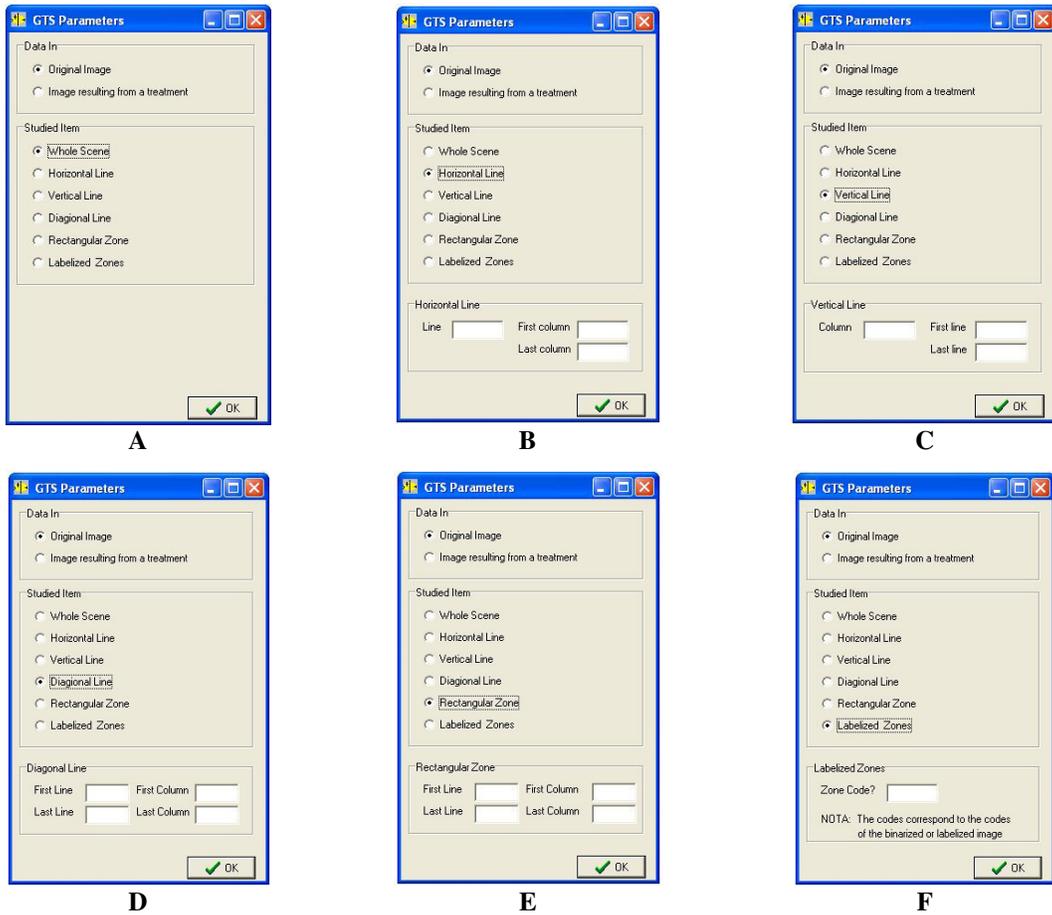


Figura 106. Ventana de dialogo que asegura la extracción de la secuencia. A. Escena completa; B. Línea horizontal; C. Línea vertical; D. Línea diagonal; E. Zona rectangular; F. En función de un objeto etiquetado.

El tratamiento abre una ventana de dialogo (Fig. 106) que permite elegir el tipo de imagen a tratar (original o resultando de un tratamiento anterior)

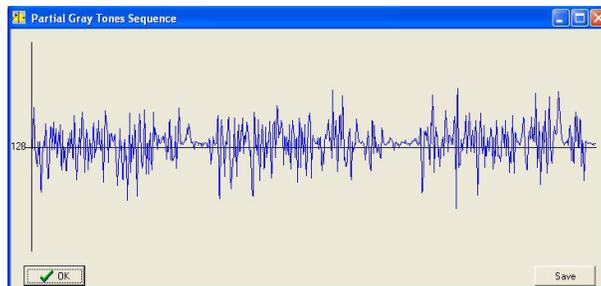


Figura 107. Gray Tone Sequence (GTS) de una zona rectangular.

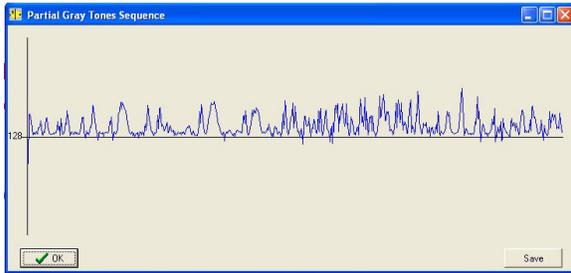


Figura 108. GTS de un objeto etiquetado.

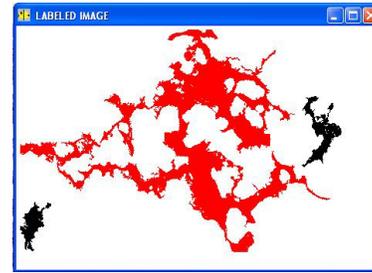


Figura 109. Objeto etiquetado.

Se presentan aquí dos ejemplos de resultado. El primero concierne una zona rectangular de 200 líneas sobre 300 columnas (Fig. 107). El segundo (Fig. 108) extrae los valores dentro de un tema etiquetado (forma en rojo sobre la figura 109).

Como anteriormente, el diagrama se puede salvar (Fig. 110) y activa el menú “**Diagram**” para visualizarlo de nuevo si es necesario así como el menú “**GTS Treatments**”. Cuando se guarda el diagrama, esta acción se menciona en el informe general. El diagrama se puede guardar en formato xls o ts.

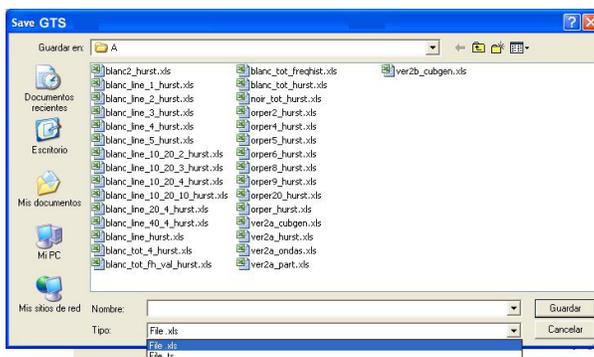


Figura 110. Ventana de dialogo permitiendo salvar el diagrama.

**NOTA 11:** El formato ts permite utilizar el software comercial BENOIT que calcula varios índices relacionados con la dimensión fractal de series temporal auto-afines.

## VII. Tratamientos aplicados a los diagramas secuenciales en tonos de gris (GTS)

Como se mencionó anteriormente, los diagramas secuenciales en tonos de gris, así como los diagramas relacionados con la orientación del perímetro se pueden asimilar a series de valores registrados en una escala temporal (Diagramas de Bode; ver arriba), las cuales ofrecen la posibilidad de calcular diferentes índices fractales.

El menú **GTS Treatments** contiene 3 submenús:

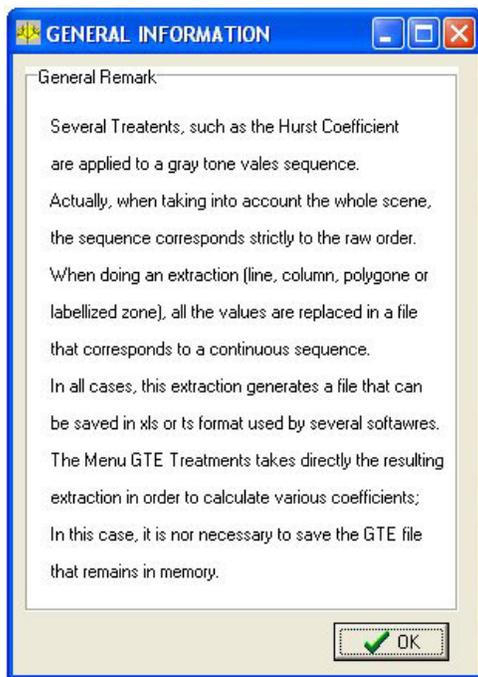
**General Info**

**Hurst exponent**

**Wavelet**

### **VII.1. General Info**

Esta función abre una ventana con comentarios sobre los GTS (Fig. 111).



*Figura 111. Descripción somera de los GTS.*

### **VII.2. Hurst exponent**

La construcción de un objeto fractal se obtiene por repetición de un motivo en el espacio bi o tri-dimensional. Es un objeto geométrico con invarianza de escala, es decir, que cada porción puede ser considerada como una imagen a escala reducida del completo. La repetición del motivo puede ser isotrópica o anisotrópica.

Cuando un objeto se escala de forma isotrópica, se trata de un objeto estadísticamente auto-similar. Por ejemplo, en un plano de coordenadas  $x$ ,  $y$  la invarianza de escala se obtiene cuando se reduce o aumenta la escala por un mismo factor en ambas direcciones:  $x \rightarrow \gamma x$  y

$y \rightarrow \gamma y$ . Se presentaron arriba algunos métodos para calcular la dimensión fractal de dichos objetos.

Los objetos fractales que se escalan en forma anisotrópica se llaman auto-afines y su invarianza de escala utiliza un factor diferente en dos direcciones perpendiculares entre si. En este caso, la invarianza de escala se aumenta o se reduce de acuerdo con:  $x \rightarrow \gamma x$  y  $y \rightarrow \gamma^\xi y$  donde  $\xi$  es el exponente de Hurst (1951) igualmente conocido como “exponente de Rugosidad”.

El exponente de Hurst está directamente relacionado con la dimensión fractal y mide la suavidad de una superficie, o la suavidad de una serie de tiempo. La relación entre la dimensión fractal  $D$  y el exponente de Hurst  $H$  está dada por  $D = 2 - H$  si  $0 \leq H \leq 1$  (Voss, 1985). Cuanto más cerca de 0 los valores de  $H$  (o exponente de Rugosidad  $\xi$ ), más irregular será la serie de tiempo.

En el caso de los objetos auto-afines, el análisis fractal se realiza mediante un análisis de los rangos redimensionados de series de tiempo. El exponente de Hurst y la dimensión fractal de una serie de tiempo se puede estimar con la ayuda del análisis  $R/S$ . El exponente de Hurst puede clasificar una serie dada y determinar si se trata de un proceso al azar, persistente o anti-persistente.

Así  $\xi$  es la medida de la suavidad de una serie de tiempo basado en el comportamiento asintótico de los rangos redimensionados;  $\xi$  será igual a:  $\xi = \log(R/S)/\log(T)$ , donde  $T$  es la duración de los datos de la muestra y  $R/S$  el valor correspondiente de la imagen reescalada. El rango de escala modificada es la medida de la caracterización de la divergencia de series de tiempo y se define como el rango de los valores medio-centrados para una duración dada  $T$  dividido por la desviación estándar durante ese tiempo. Hurst (1951) propuso la ecuación siguiente:  $R/S = k \times T^\xi$ , donde  $k$  es una constante que depende del tiempo de la serie analizada. Una de las técnicas mas confiables para analizar dichos diagramas de frecuencia es el método de ventanas de ancho variable descrito en Parrot (2012). El diagrama de Bode analizado se recorre con una ventana de tamaño  $r$  que se traslapa hasta barrerlo totalmente. Para cada posición de la ventana, se calcula la desviación estándar de las frecuencias  $a(r)$  del segmento del diagrama que cubre la ventana y se suma a los anteriores. Así se obtiene el promedio de la desviación estándar para cada tamaño de ventana.

$$h(r) = \frac{1}{np} \sum_1^{np} a(r) \text{ donde la desviación estándar } a(r) \text{ es igual a } a(r) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \text{ y } np \text{ es}$$

el número de veces que la ventana de tamaño  $r$  se desliza. El mismo tratamiento se repite para tamaños crecientes de ventana.

Finalmente el valor de  $\xi$  se obtiene a partir del gráfico  $\log h(r)/\log r$  de acuerdo con la ecuación  $h(r) \approx r^\xi$ .

La ventana abierta (Fig. 112) por el comando **Hurst Exponent -> Info** enseña las formulas utilizadas para calcular la desviación estándar dentro de la ventana móvil que explora el diagrama.

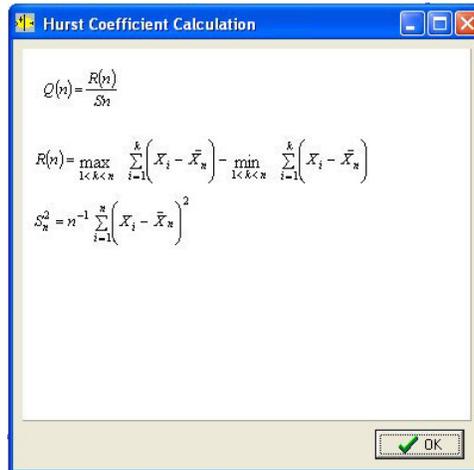


Figura 112. Información sobre el exponente de Hurst.

En función de la forma de la curva explorada, de la búsqueda de elementos permanentes se requiere definir un tamaño inicial para la ventana móvil, un factor de incremento y el número total de iteraciones necesarios para llegar al resultado. El programa calcula el  $R^2$  que debe acercarse del valor 1 para considerar la curva como una secuencia auto-afín. El usuario tiene que modificar estos parámetros para satisfacer estos requisitos.

El comando **Hurst Exponent -> Treatment** abre diferentes ventanas de dialogo que responden a varios tipos de tratamiento. En la primera ventana (Fig. 113) se pide cual es el tipo de dato que se va a estudiar. Puede ser un diagrama de Bode proveniente de la extracción realizada anteriormente con el comando **Gray Tones Sequence -> Treatment** (ver arriba la sección VI.9), la orientación de un perímetro obtenido por el comando **Perimeter Orientation -> Treatment** (sección V.3) o finalmente la distancia entre el centro de gravedad de una forma y los píxeles que dibujan su perímetro (ver mas arriba el comando **Perim Dist -> Treatment** en la sección IV.5.4)

Utilizando la misma ventana, se necesita definir el tipo de tratamiento: o un barrido completo del diagrama con la ayuda de una ventana móvil ("Sliding Window") o una exploración del diagrama con un desplazamiento por saltos de la ventana de observación ("Jumping Window"). La elección de la primera opción abre en la misma ventana de dialogo la posibilidad de definir los parámetros sobre los cuales se apoya el barrido (Fig.

114): tamaño de la primera ventana, nivel de incremento, número total de etapas. Por “default”, estos valores son respectivamente iguales a 10, 5 y 10.

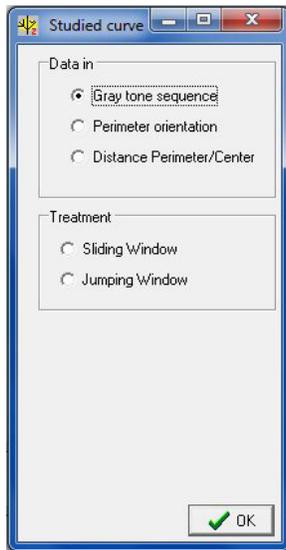


Figura 113. Ventana de Dialogo

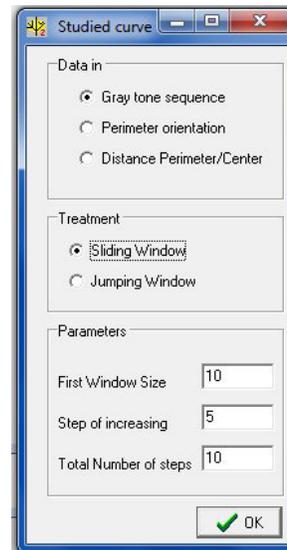
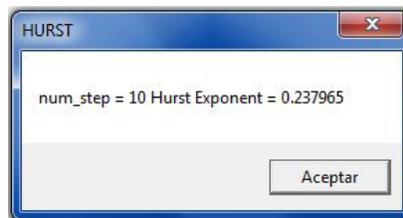
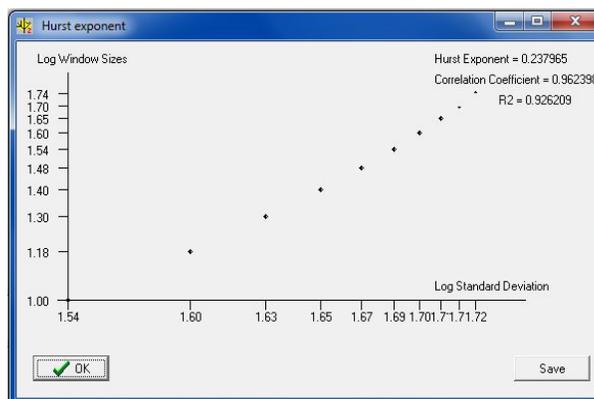


Figura 114. Selección del primer tipo de tratamiento

Después del cálculo, el resultado aparece sobre la pantalla (Fig. 115), así como el gráfico correspondiente (Fig. 116).



115. Información sobre el resultado.



116. Gráfico sobre el exponente de Hurst.

La segunda opción abre una ventana (Fig. 117) donde aparecen todos los divisores que se puede tomar en cuenta. Se necesita elegir el rango mínimo y máximo para que se haga el cálculo del exponente. Por ejemplo rango 7 divisor 10 y rango 18 divisor 50.

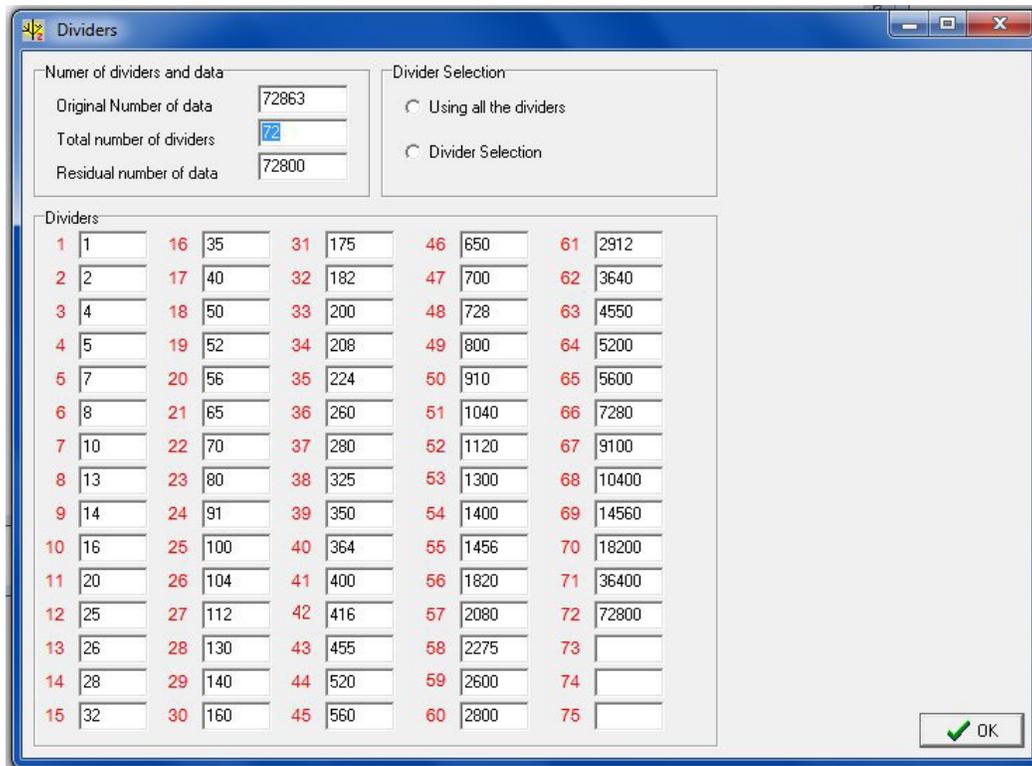


Figura 117. Tabla de los divisores disponibles.

El cálculo sigue y se despliega el gráfico resultante (ver Fig. 116 arriba).

### VII. 3. Wavelet

En la sección VI.8 se mostró como se calculan las ondeletas (Goupillaud et al., 1984), un tratamiento multi-escalar que permite definir una jerarquía en los resultados facilitando el análisis de las imágenes digitales. Generalmente, los rasgos característicos de una imagen digital son de tamaño diferente. Por lo tanto, se necesita hacer una descomposición multi-escalar de la imagen.

En 1747, d'Alembert presentó un método de descomposición que simplificaba la ecuación de una cuerda vibrante. En 1807, Fourier generalizó ese método al análisis de las señales. De hecho, es posible descomponer una señal en una suma de diferentes amplitudes cuyas frecuencias son todos múltiplos de una frecuencia fundamental. Ese tipo de análisis permite conocer las diferentes frecuencias que emite una señal, es decir, su espectro. Pero este

análisis no nos da indicación sobre el momento de la emisión de dichas frecuencias. Es posible sobrepasar este inconveniente multiplicando la función de base por una función localizada en el tiempo. Así se obtiene el análisis de Fourier que utiliza una ventana móvil y corresponde a un análisis tiempo-frecuencia.

Las ondeletas constituyen un sistema de funciones un poco diferentes, porque en este caso el análisis no es de tipo tiempo-frecuencia, sino de tipo tiempo-escala. Es una función bien localizada en el tiempo y únicamente constituida por algunas oscilaciones. Después se descompone la señal por translación y dilatación tomando en cuenta la ondeleta de base. Tales descomposiciones son particularmente recomendadas para estudiar fenómenos donde diferentes escalas se presentan e interactúan entre si. Es el caso por ejemplo de las funciones fractales que presentan una auto-similaridad cuando se analizan a diferentes escalas.



Figura 118. Evolución de la curva en función del valor  $\sigma$ .

En el presente caso, como lo muestra la imagen que abre el comando **Wavelet -> Info**, el programa descompone la respuesta en función del valor creciente de  $\sigma$  en diferentes imágenes cuya secuencia de valores se analiza como anteriormente utilizando una ventana de tamaño  $r$  que se traslapa hasta barrer totalmente dicha secuencia (Fig. 118).

El comando **Wavelet -> Treatment** abre la ventana de dialogo de la figura 119. Se propone en primer lugar realizar el tratamiento a partir de la imagen original o de la imagen proveniente de un tratamiento anterior (Primer cuadro “Image Selección”). Se pide después el tamaño de la ventana de barrido (valor del rango). Por otro lado, se necesita dar información sobre los datos a analizar.

En el cuadro “Studied Item”, se debe mencionar si se trata de toda la escena, de una línea (horizontal, vertical o diagonal), de una zona rectangular o finalmente de una secuencia de

tonos de gris provenientes de una zona etiquetada. En función de la respuesta se abre un cuadro donde se inscribe las características del objeto elegido. Por ejemplo en el ejemplo reportado sobre la imagen de la figura 119, se debe anotar los valores que permiten definir la superficie de un rectángulo. Finalmente, en el último cuadro, se precisa el valor de  $\sigma$ , el valor de los pasos de incremento de  $\sigma$ , así como el tamaño de la primera ventana, el valor del incremento y el número de incrementos.

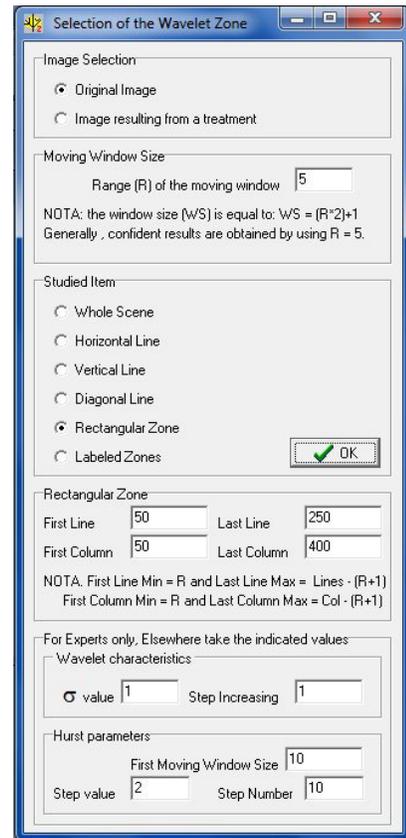


Figura 119. Introducción de los parámetros para el cálculo del exponente.

El valor del exponente de Hurst calculado a partir del tratamiento aparece sobre la pantalla (Fig. 120) y se indica que ese valor se reporta en el informe general.



Figura 120. Resultado del tratamiento.

## VIII. Menu “Tools”

El menú “**Tools**” (Herramientas) se activa cuando se abre una imagen después de dar un nombre al informa general (Fig. 121).

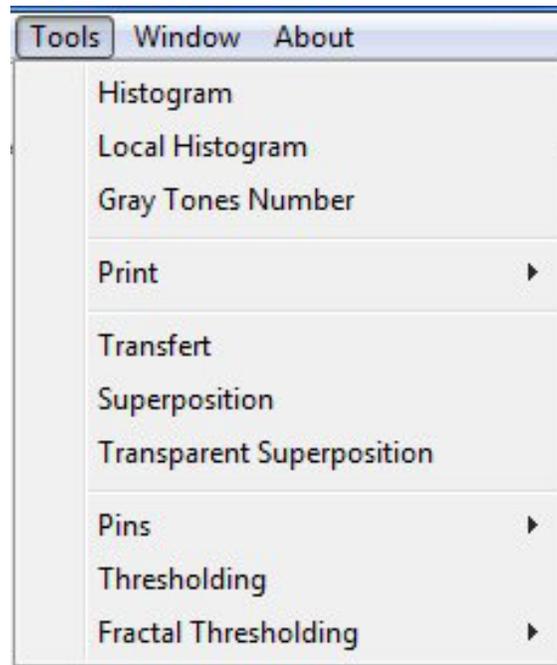


Figura 121. Submenús del menú Tools

Las funciones de los submenús son las siguientes:

***Histogram***  
***LocalHistogram***  
***Gray Tones Number***  
***Print***  
***Transfert***  
***Superposition***  
***Transparent Superposition***  
***Pins***  
***Thresholding***  
***Fractal Thresholding***

Esas funciones sirven para analizar los resultados (Histo, Gray Tones Number), para realizar transferencia o sobreposición (Transfert, Superposition, Transparent Superposition) y otras para dar informaciones que ayudan en la aplicación de un umbral (Thresholding, Segmentation, Fractal Thresholding)

### VIII.1. Histogram

Este modulo utilitario genera un histograma (Fig. 122) que se puede salvar en los formatos xls y ts. Una ventana de dialogo pide el tipo de imagen a estudiar (Fig. 123).

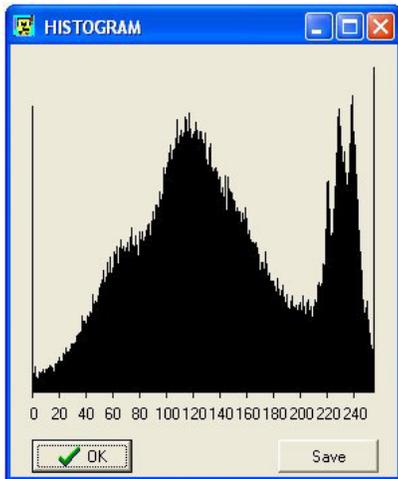


Figura 122. Histograma

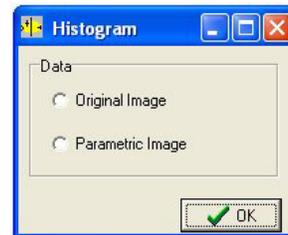


Fig. 123. Ventana de dialogo

### VIII.2. Local Histogram

En este caso se busca la repartición de los valores en tonos de gris de la imagen original o del resultado de un tratamiento dentro de un tema etiquetado. Una ventana de dialogo (Fig. 124) permite elegir las imágenes y el tono de gris del tema. Se genera un histograma que se puede salvar (Fig. 125).

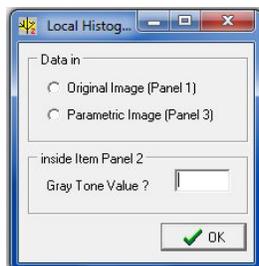


Figura 124. Ventana de dialogo

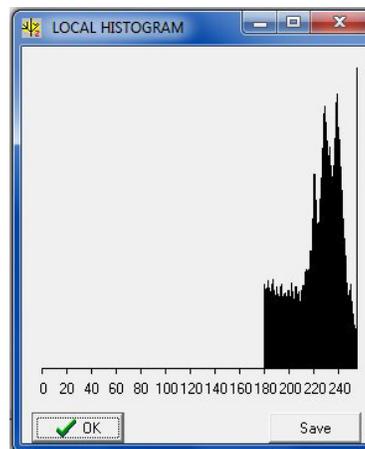


Figura 125. Resultado.

### VIII.3. Gray Tones Number

Esta función indica cual es el número de tonos de gris en una imagen. En el caso de una imagen etiquetada, no se toma en cuenta el valor del fondo (255) lo que permite saber directamente cuantas formas etiquetadas se encuentran en la imagen.



Figura 126. Ventana de dialogo.



Figura 127. Dos tipos de respuesta.

### VIII.4. Print

El *software* FROG\_V2 ofrece la posibilidad de imprimir las imágenes provenientes de los tratamientos (Fig. 128). Se necesita en primer lugar conectar y configurar la impresora presionando el botón “Config. Printer” (Fig. 129). Una vez definidos los parámetros de impresión se envía a imprimir con el botón “OK”.

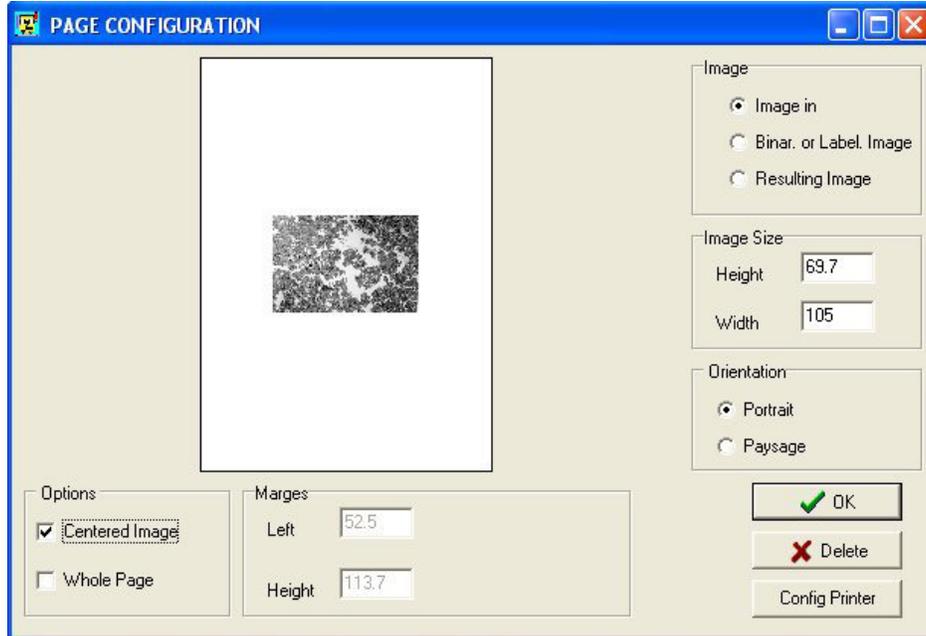


Figura 128. Parámetros de impresión.

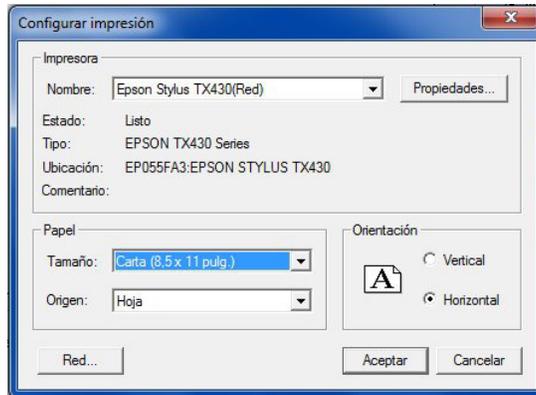


Figura129. Configuración de la impresora.

### VIII.5. *Transfert*

La función *Transfert* asegura la transferencia y el intercambio de dos imágenes (Fig. 130). Por ejemplo, la figura 131 ilustra un intercambio entre las imágenes del panel 1 y 3.

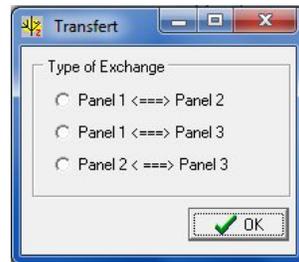


Figura 130. Elección de las imágenes a intercambiar.

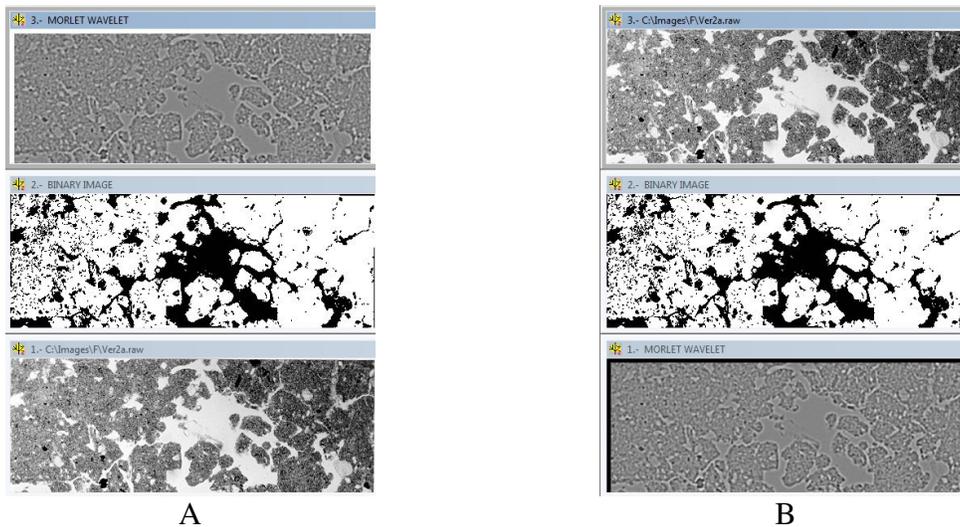


Figura 131. Ejemplo de transferencia entre el panel 1 y el panel3.

Se utiliza esa función cuando por ejemplo se necesita hacer un tratamiento sobre una imagen que se necesita tener en reserva para hacer después otro tipo de tratamiento.

### VIII.6. Superposition

FROG\_V2 propone dos tipos de superposición: una incrustación transparente (ver sección VIII.7) o una simple incrustación de una zona etiquetada sobre una imagen original o proveniente de un tratamiento específico. Se abre una ventana de dialogo (Fig. 132) que permite definir la imagen de base (original o resultado de un tratamiento) y el valor del tono de gris de la imagen etiquetada binaria a sobreponer sobre dicha imagen. Después de definir el valor del tono de gris, se abre una paleta de color (Fig. 133) que permite elegir el color del tema a sobreponer. El resultado aparece en el panel donde se encontraba la imagen de base (Fig. 134).

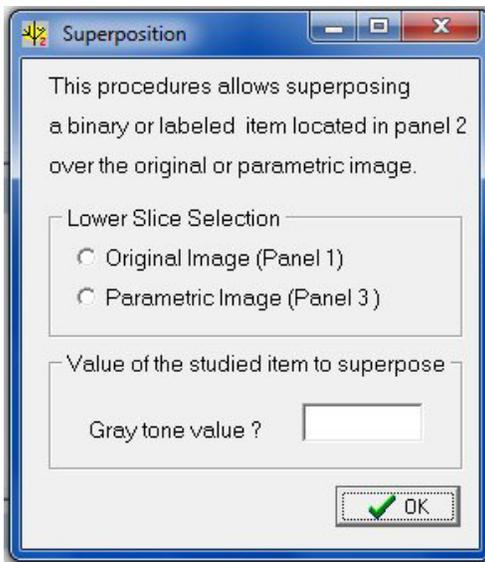


Figura 133. Ventana de dialogo.



Figura 134. Paleta de color.

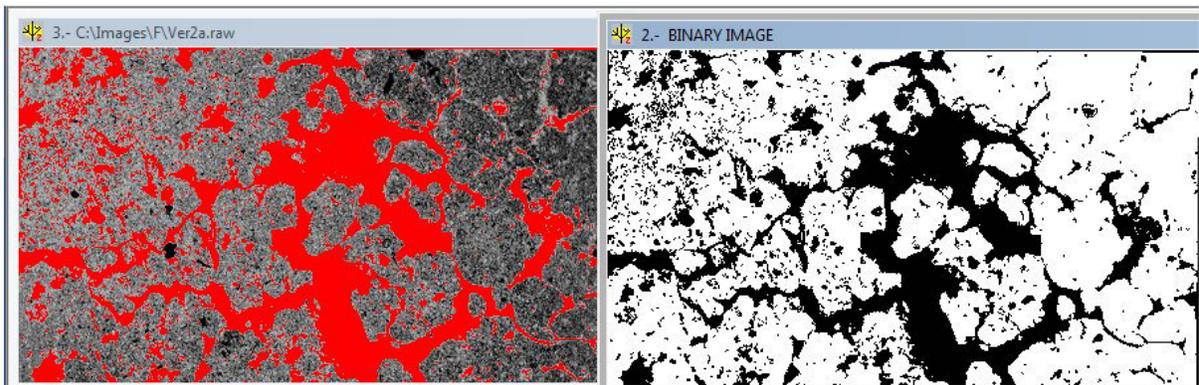


Figura 135. Ejemplo de superposición del tema binario sobre la imagen de origen.

### VIII.7. Transparent Superposition

La superposición transparente obedece a la misma lógica, pero en este caso en función de un coeficiente de “opacidad” el tema superpuesto no masca los rasgos de la imagen que aparece debajo del tema. La ventana de dialogo (Fig. 136) permite definir la imagen de base (original o proveniente de un tratamiento), elegir el tono de gris del tema a sobreponer y el coeficiente de opacidad (de 0 a 100). Finalmente se necesita precisar el tipo de tratamiento: global o local.

En el ejemplo de los tratamientos se muestra la imagen binaria de una elipse (Fig. 137) para ilustrar el comportamiento de la superposición transparente.

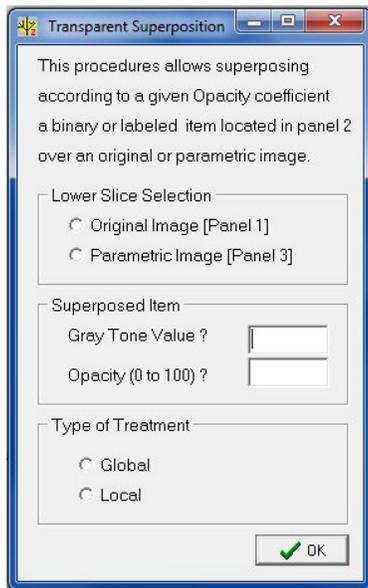


Figura 136. Ventana de dialogo de la función “Transparent Superposition”.

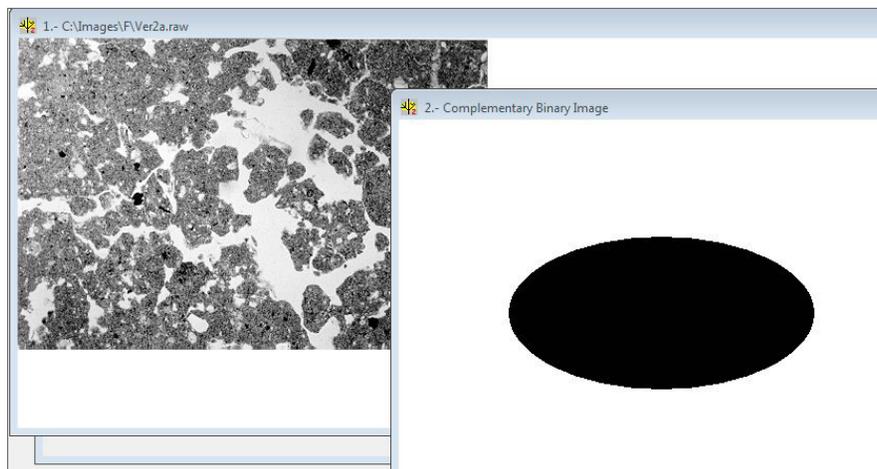


Figura 137. Ejemplo de tratamiento.

Como anteriormente la paleta aparece cuando se define el valor del tono de gris del tema, pero también se pide definir el tipo de tratamiento. La figura 138 muestra el resultado de un tratamiento global; en este caso, la opacidad se aplica sobre toda la imagen. La figura 139 muestra el resultado del tratamiento local que no modifica los valores de tono de gris que no están en la máscara.

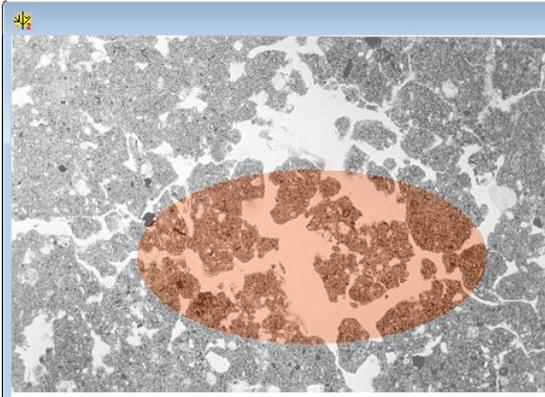


Figura 138. Tratamiento global.

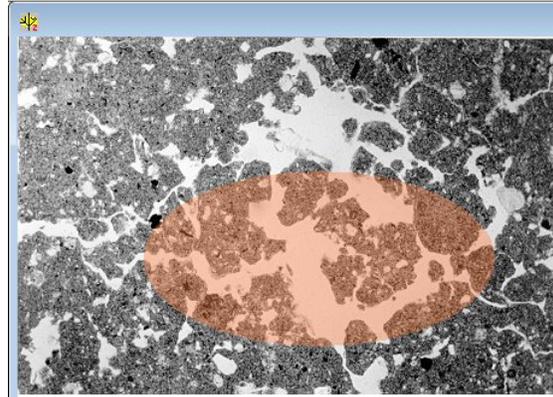


Figura 139. Tratamiento local.

### VIII.8. Pins

Esta función asegura un estiramiento de los valores en relación con la configuración y los valores de los píxeles vecinos. Se toman en cuenta dentro de una ventana móvil los píxeles cardinales o los 8 píxeles vecinos y se suman estos valores al valor del píxel estudiado. Tomando en cuenta el valor mínimo y el valor máximo de todas estas sumas, se normalizan los valores entre 0 y 255.

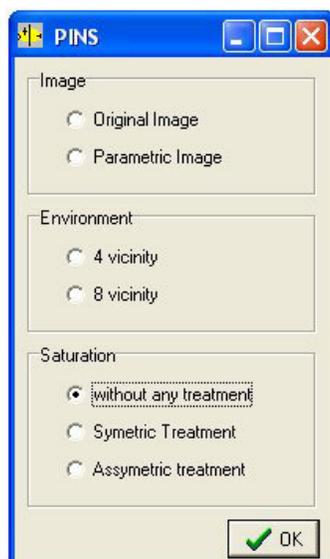


Figura 78. Ventana de dialogo para la función Pins.

La ventana de dialogo de la figura 140 permite indicar cual tipo de imagen se debe utilizar, la configuración del entorno y el nivel de saturación. De hecho, el programa puede definir el porcentaje de valores de los pies del histograma que se van a saturar.

Las imágenes 141 y 142 ilustran el resultado del tratamiento Pins. En la figura 141 se da al lado de la imagen de la rugosidad (función Local Roughness del menú “Gray Tones Treat.”) el histograma correspondiente y en la figura 142 el resultado del tratamiento Pins (8 píxeles de entorno y tratamiento asimétrico: 0.2 para los valores inferiores y 0.8 por los valores superiores) así como el histograma de la imagen estirada.

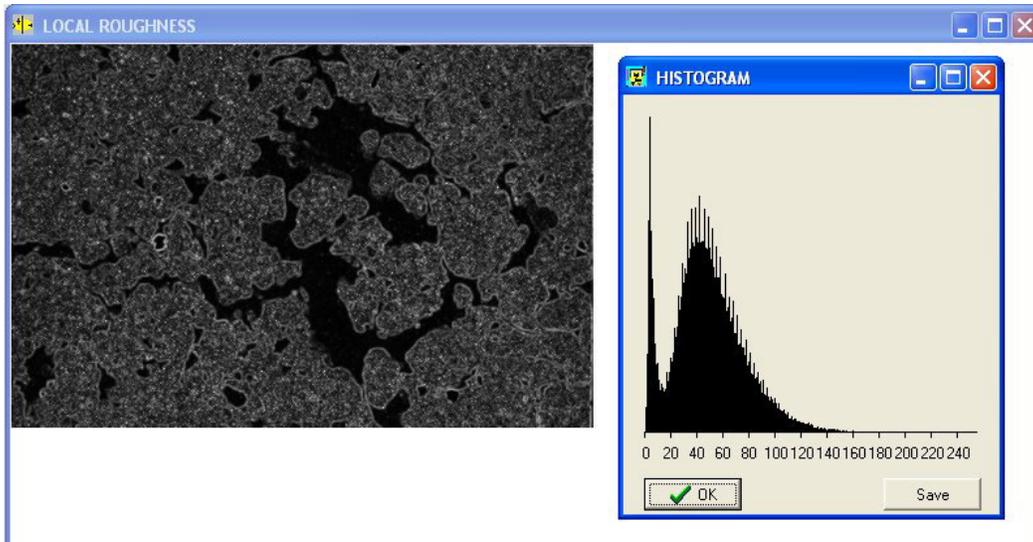


Figura 141. Imagen sin estiramiento.

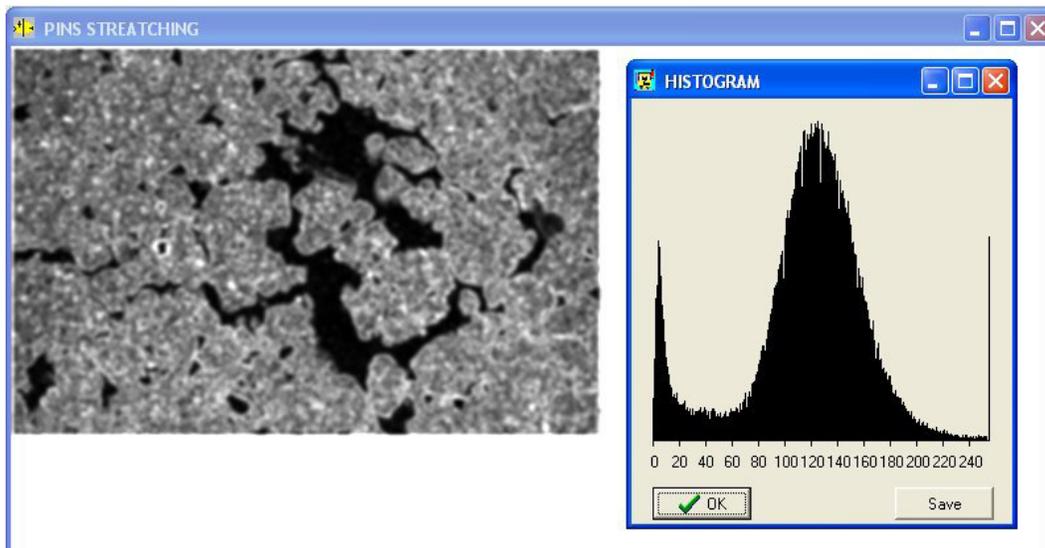


Figura 142. Resultado del estiramiento.

### VIII.9. Thresholding

Este modulo permite segmentar una imagen en diferentes colores utilizando la ventana interactiva de la figura 143.

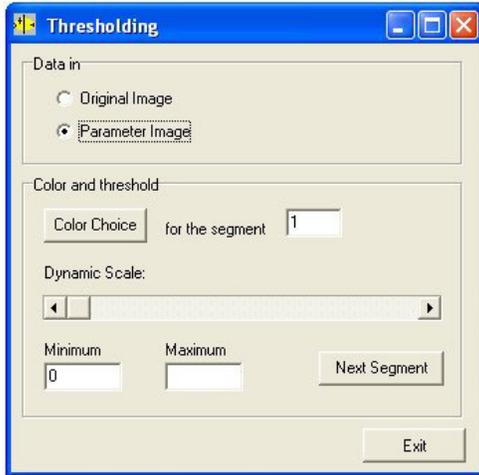


Figura 143. Funciones del umbral.



Figura 144. Paleta de color.

Se elige la imagen a segmentar (en Data\_in) y después se selecciona un color (en “Color and Threshold”). El comando “Color Choice” abre la paleta de color (Fig. 144).

Una vez elegido el color del segmento, se utiliza la barra de la sección “Dynamic Scale” para incrementar la dinámica del segmento en estudio. El valor del máximo aumenta regularmente hasta que se de el orden “Next Segment”. En este momento el mínimo del segmento siguiente corresponde al máximo del anterior mas uno. Se selecciona otro color y se define progresivamente el valor máximo del nuevo segmento (ver figuras 145, 146 y 147). Utilizando el orden “Exit” el tratamiento se acaba.

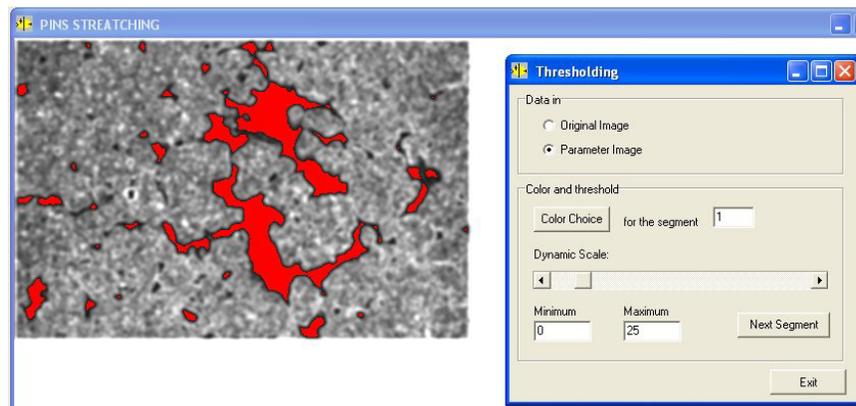


Figura 145. Primer segmento entre 0 y 25 (Color rojo).

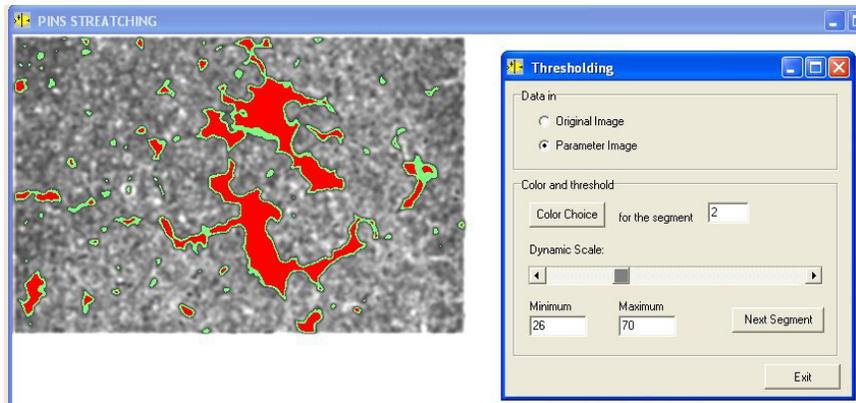


Figura 146. Segundo segmento entre 26 y 70 (color verde).

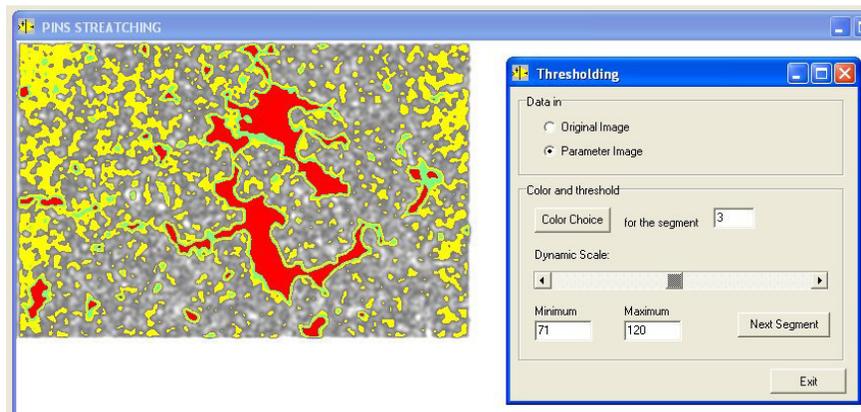


Figura 147. Tercero segmento 3 entre 71 y 120 (color amarillo).

La imagen así segmentada se puede guardar utilizando el botón  [Save Original Transformed Image].

### VIII.10. Fractal Thresholding

Se puede explorar la respuesta fractal de una imagen haciendo un barrido y calculando la dimensión fractal a partir de un rango de valores. Existen tres opciones (Fig. 148): se incrementa a partir del origen el rango de valores con un paso definido (“*Scanning from the origin*”); se analiza el valor de la dimensión fractal en un paso que se desliza regularmente (“*Jumping*”); por fin, se analizan los valores de la dimensión tomando en cuenta el valor máximo de los tonos de gris reduciendo progresivamente el rango de observación (“*Scanning until the last value*”). Se tiene también que definir el paso que debe ser superior a 1.

Las figuras 149, 150 y 151 ilustran los resultados obtenidos con un paso igual a 10.

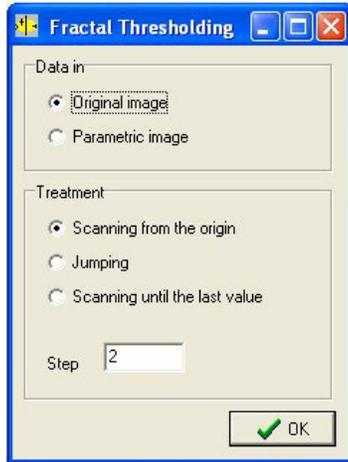


Figura 148. Parámetros del umbral fractal.

Como en los casos anteriores, cada uno de estos diagramas se puede salvar. Estos resultados ayudan a segmentar la imagen original o las imágenes provenientes de diferentes tipos de tratamiento en tonos de gris.

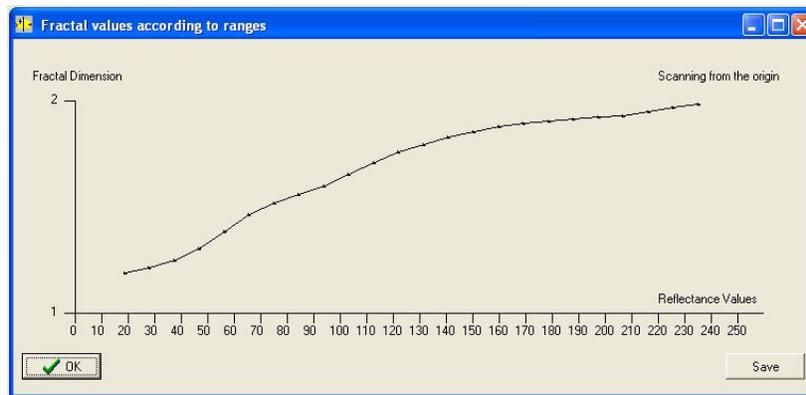


Figura 149. Barrido a partir del origen.

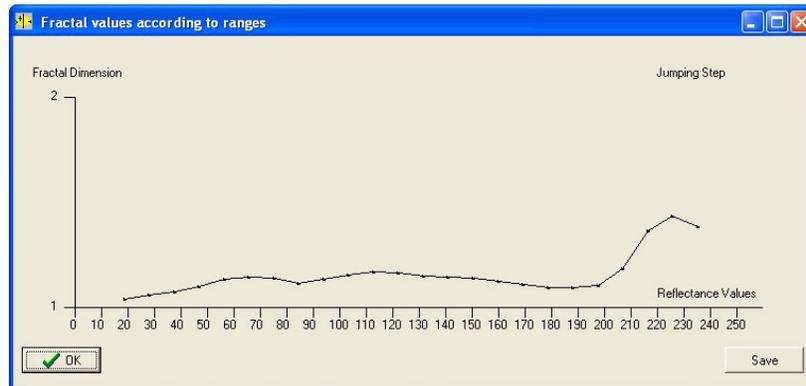


Figura 150. Valor de la dimensión fractal dentro de un rango de tonos de gris.

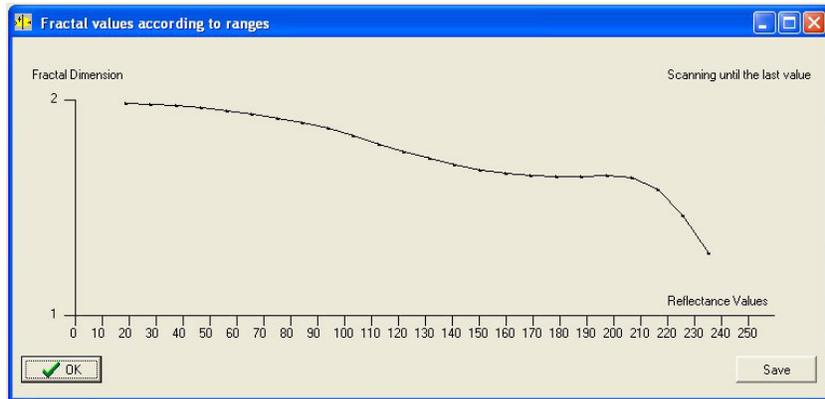


Figura 151. Barrido con el máximo como punto de referencia.

## IX. Menu “About”

El menú “**About**” tiene tres comandos. El primero (**Infos**) da informaciones generales sobre los rasgos principales del producto, sus limitaciones y las configuraciones requeridas (Fig. 152).

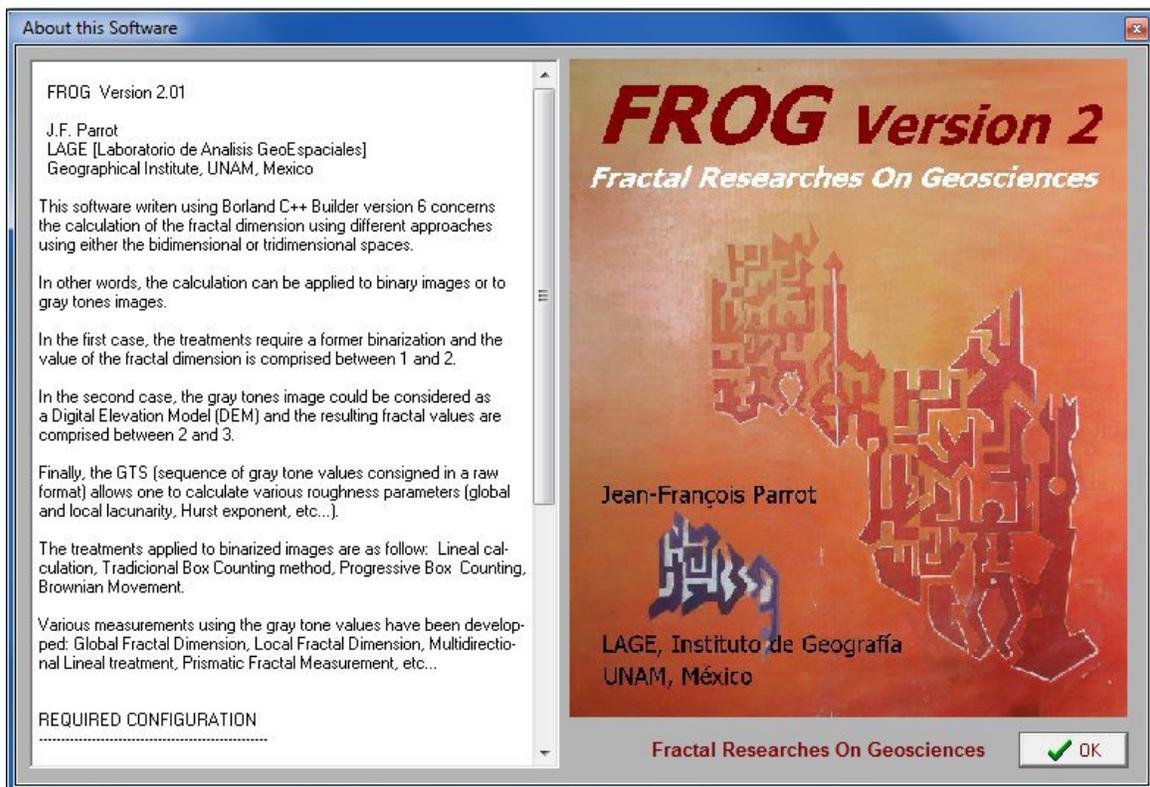


Figura 152. Información general sobre FROG\_V2.

El segundo (*Illustrations*) muestra algunas de las ilustraciones que se utilizan en el software (Fig. 153) y el último (*Copyright*) se relaciona con el copyright del producto (Fig: 154).

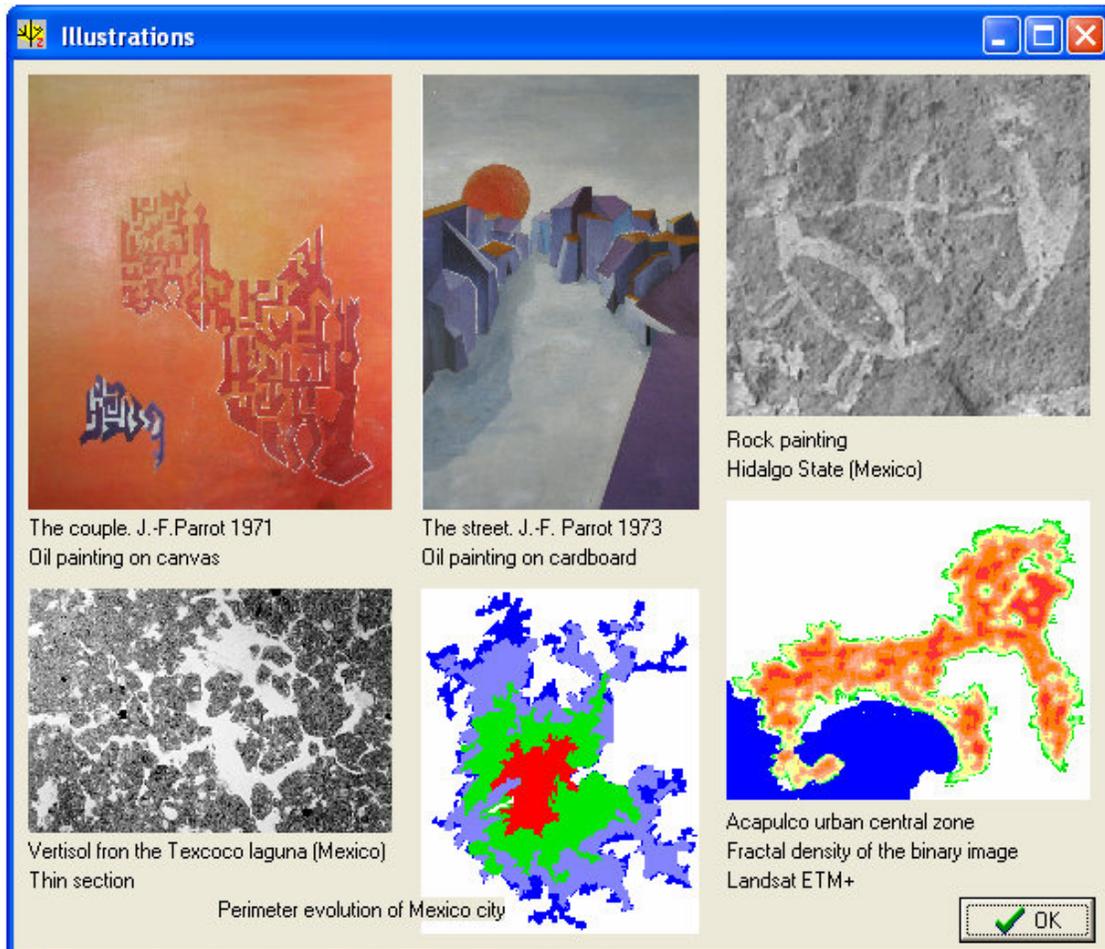


Fig. 153. Ilustraciones.

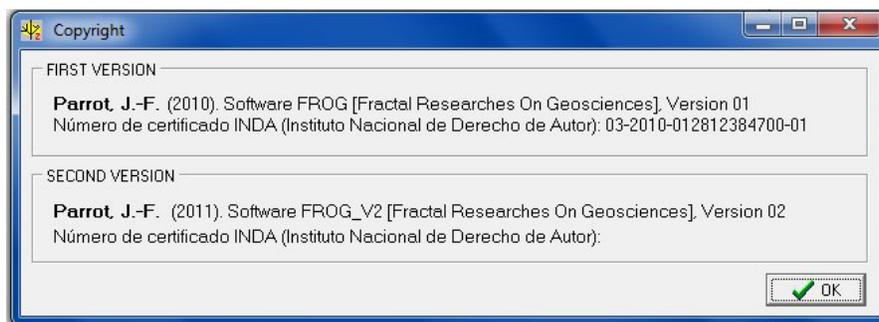


Figura 154. Copyright de las dos versiones de FROG.

## X. Menu “Window”

El menú “**Window**” concierne el arreglo de las imágenes utilizando las funciones ***Cascade***, ***Tile***, ***Previous*** y ***Next***.

## XI. Funciones del Editor de Pantalla

### XI.1. Generalidades

La versión 2 del *software* FROG\_V2 comporte funciones que permiten usarlo como un editor de Pantalla. Estas herramientas fueron desarrolladas para responder a requerimientos específicos que necesitaban modificar parcialmente los conjuntos de píxeles provenientes del etiquetaje.

Haciendo un etiquetaje (ver los primeros párrafos del menú V “Tratamientos aplicados a las imágenes etiquetadas”), se activan dos botones: el botón  (*Info following Speed Buttons*) y el botón  (*Recoding*). El primero da informaciones sobre los ocho botones siguientes. De hecho, Un *click* sobre el botón  abre el panel informativo (Fig. 155).



Figura 155. Panel de información sobre los botones del Editor de Pantalla.

Por su parte, el botón  abre en primer lugar una ventana de dialogo (Fig. 156) que permite definir cual será el valor del tono de gris con el cual se va modificar un conjunto de píxeles etiquetado.

**NOTA 12:** Dar un valor de tono de gris superior al tono de gris superior de los temas etiquetados para no modificar un tema que no pertenece a un futuro agrupamiento de temas (véase mas adelante). El sub-menú Gray Tones Number del Menú Tools indica el número de temas etiquetados.

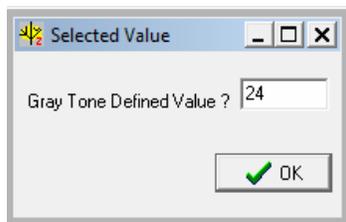


Figura 156. Selección de un valor de tono de gris.



Figura 157. Selección de un color.

A dicha selección sucede la abertura de la paleta de color permitiendo elegir un color (Fig. 157). Cuando el color esta elegido, los botones siguientes se activan, es decir  (Recoding Labeled Items),  (Pencil),  (Line),  (Zone Filling),  (Adaptive Closing),  (Extraction of the Dilation Contour) and  (Return).

**NOTA 13:** El botón  (Delete Previous Line) se activa solamente después de trazar una línea.

## XI.2. Descripción de las acciones

### XI.2.1. Recodificación

Una vez el tono de gris y el color correspondiente elegidos, la cubeta (botón ) permite cambiar el valor de un tema anteriormente etiquetado (Fig. 158 y Fig. 159).

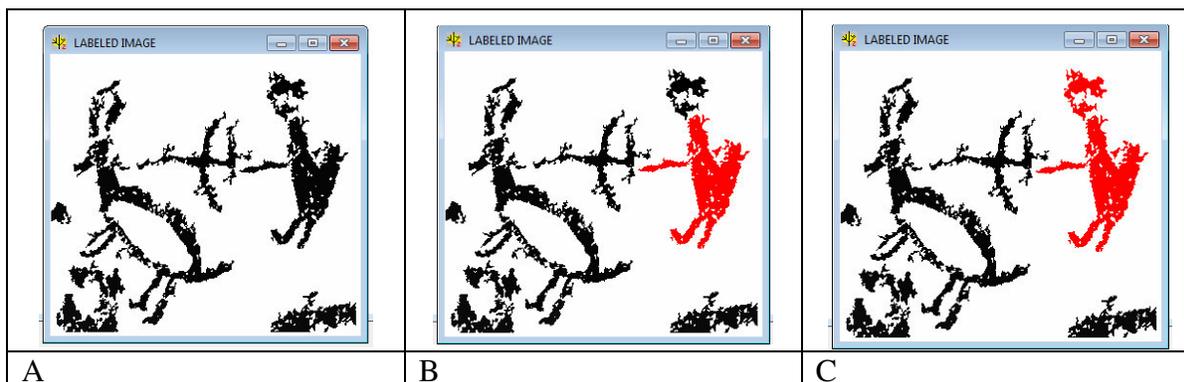


Figura 158. Uso de la cubeta. A. Imagen etiquetada; B. Llenado de la parte inferior del personaje; C. Llenado de la parte superior del personaje.

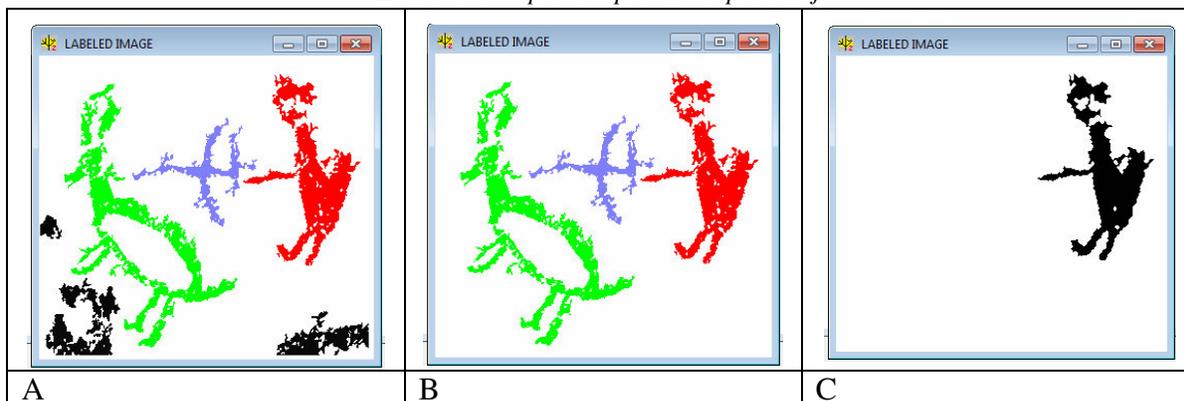


Figura 159. Atribución de un valor a diferentes elementos de una imagen. A. Codificación de tres elementos de un motivo; B. Eliminación de temas que no corresponden al estudio; C. Ejemplo del resultado de un elemento estructural al personaje en rojo (véase mas lejos).

**NOTA 14:** Dar un valor de tono de gris superior al valor de tono de gris mas fuerte de los ítems presentes en la imagen.

### XI.2.2. Pencil

El botón  (Pencil) permite dibujar píxeles en la pantalla. Se pide como anteriormente el valor de tono de gris elegido y el color correspondiente (véase figuras 156 y 157).

### XI.2.3. Line

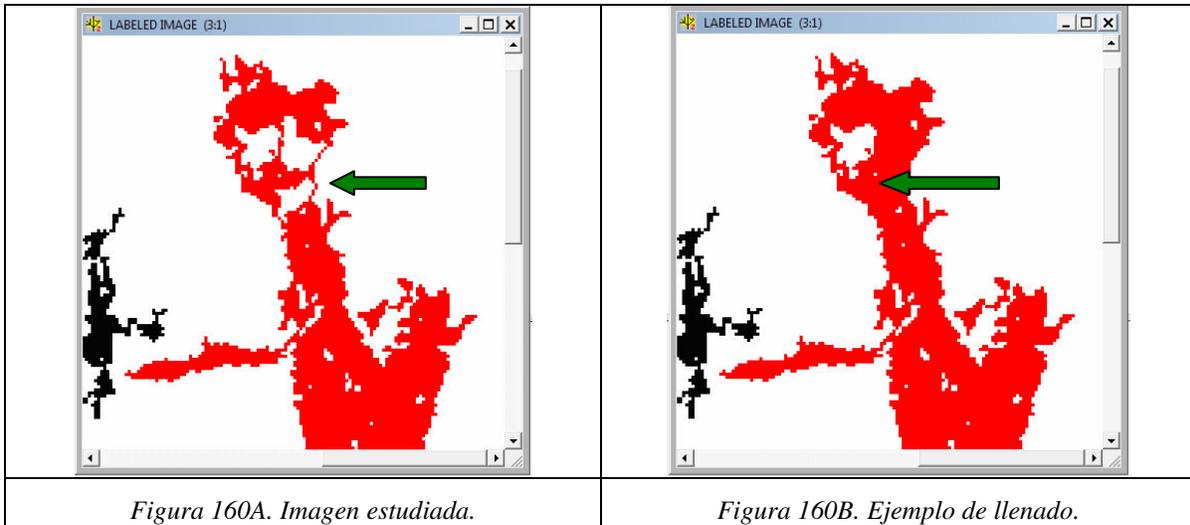
El botón  (*Line*) permite dibujar una línea en la pantalla. También el programa pide el valor de tono de gris elegido y el color correspondiente. Por otro lado el uso de este botón, activa el botón siguiente que borra si necesario la línea dibujada anteriormente.

### XI.2.4. Delete Previous Line

Se puede borrar la línea dibujada anteriormente con el botón  (*Delete Previous Line*).

### XI.2.5. Local Filling

A la diferencia del orden “*Filling Tool*” correspondiente a la cubeta del botón  que atribuye a todos los píxeles de la imagen que tienen el mismo valor que los píxeles de la zona elegida, el valor de tono de gris y el color escogidos, el “*Local Filling*” (botón ) atribuye solamente este último valor al conjunto de píxeles seleccionados que se encuentra en una zona cerrada (Fig. 160A y Fig. 160B).



### XI.2.6. Adaptive Closing

Esa función se basa sobre un tratamiento de Morfología Matemática (ver arriba, sección IV.5.7). Así es posible juntar eventualmente entre sí diversos elementos que pertenecen al mismo ensamble si dichos elementos se encuentran a una pequeña distancia. El tratamiento comporta diversas etapas. En primer lugar se necesita labelizar la imagen binarizada para activar los botones del editor de pantalla (Fig. 161).

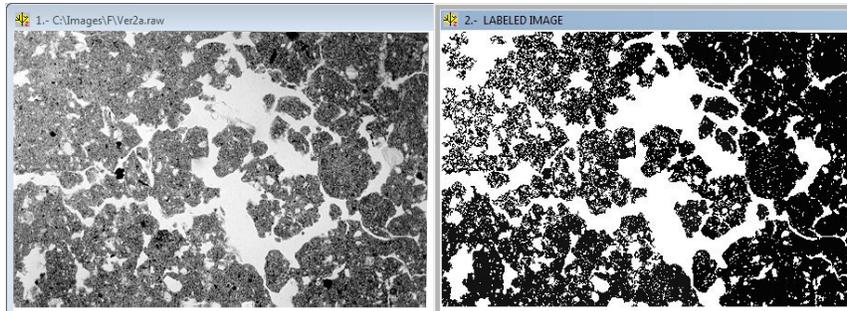


Figura 161. Extracción del tema (binarizing de la imagen original [a la izquierda] entre 0 y 150 y labeling de la imagen binaria resultante [a la derecha]).

Se realiza después una atribución de valor y color a los temas que se desean agrupar. Aquí por ejemplo, valor 128 y color rojo (Fig. 162). Después el comando *Adaptive Closing* activado por el botón  abre la ventana de dialogo de la figura 163 que permite tomar en cuenta todos los agrupamientos o seleccionar los conjuntos a agrupar.

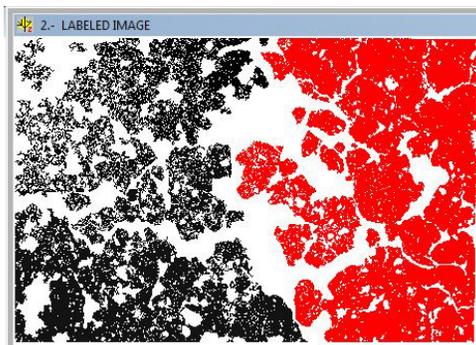


Figura 162. Atribución del mismo valor al tema que se debe agrupar.

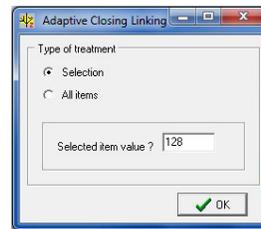


Figura 163. Inicio del tratamiento para agrupar todos los conjuntos de pixeles con el valor 128.

La figura 164 ilustra el resultado del tratamiento.

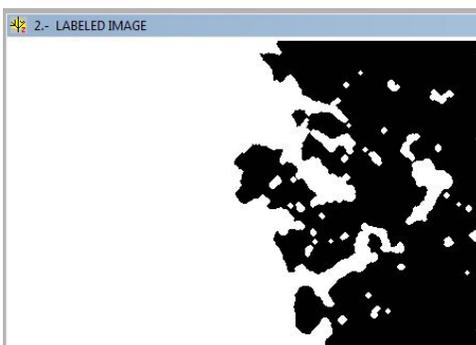


Figura 164. Resultado.

### XI.2.7. Extraction of the Dilation Contour.

Existe la posibilidad de materializar los píxeles que aseguraron en el tratamiento anterior el pegado entre los diversos elementos de un tema. El programa indica cuantos píxeles corresponden al cemento entre dichos elementos. Se indica también el número total de píxeles del tema (Fig. 165).



Figura 165. Repartición de los píxeles dentro de la imagen.

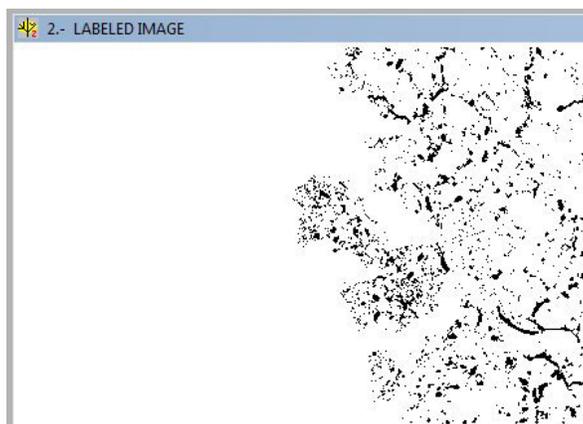


Figura 166. Visualización de los píxeles del cemento.

## XII. Botones de comando de la barra de herramientas

Hay 20 botones de comando en la barra de herramientas (Fig. 167).

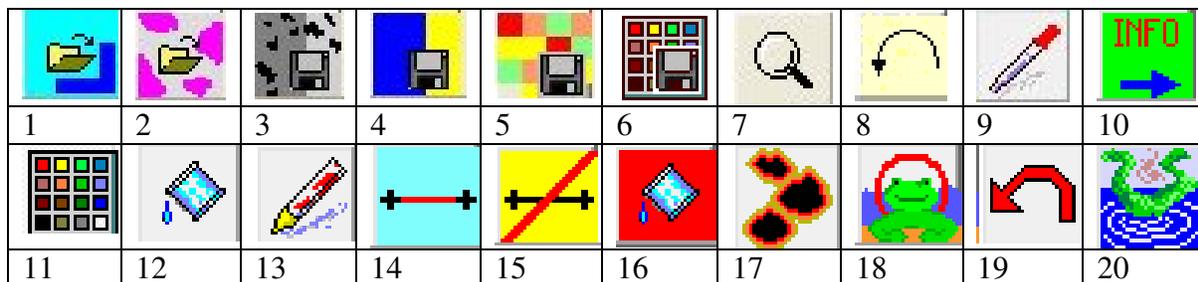


Figura 167. Los 20 botones de comando.

El primer botón (*Open Gray Tone File*) permite abrir una imagen en tonos de gris. Tiene la misma función que el comando *Open Image* en el menú “**Files**”.

El segundo botón (*Open Binary File*) permite abrir una imagen binaria. Tiene la misma función que el comando *Open Complementary Image* en el menú “**Files**”.

El tercer botón (*Save Original Transformed Image*) se activa cuando un tratamiento modifica la imagen original en tono de gris (por ejemplo a partir de la función *Thresholding* del menú “**Tools**”) y permite salvar las modificaciones de la imagen original.

El botón 4 (*Save Binarized Image*) se activa cuando se genera una imagen binaria o una imagen etiquetada lo que permite salvar esta imagen.

El botón 5 (*Save Resulting Image*) se activa cuando a partir de un tratamiento sobre la imagen original se genera una nueva imagen (por ejemplo, la dimensión fractal local, la rugosidad o las ondoletas de Morlet).

El botón 6 (*Save Screen Editor*) se activa cuando se modifica la imagen utilizando las herramientas del editor de pantalla y permite salvar el resultado.

El botón 7 (*Zoom*) se activa cuando se abre una imagen y corresponde a la función Zoom. Se debe botar que el uso del zoom indica entre otros en la banda superior de la imagen cual es el factor de incremento o de decremento.

El botón 8 (*Undo*) se activa cuando se aplica la función *Pins* del menú “**Tools**”. Permite regresar al estado anterior.

El botón 9 (*Pipette*) se activa cuando se crea una imagen etiquetada. Permite atribuir un color a cada forma etiqueta; cuando se hace un clic sobre un objeto la ventana de los colores se abre.

El botón 10 (*Info following Speed Buttons*) da informaciones sobre el significado de los botones siguientes.

El botón 11 (*Recoding Labeled Items*) permite atribuir un valor de tono de gris y un color a un elemento de la imagen del panel 2.

El botón 12 (*Filling Tool*) activa la cubeta que permite atribuir un valor y un color a un componente de píxeles.

El botón 13 (*Pencil*) activa el lápiz.

El botón 14 (*Line*) activa la regla.

El botón 15 (*Restore Line*) permite corregir la línea dibujada anteriormente.

El botón 16 (*Local Filling*) llena con un valor y un color un espacio cerrado.

El botón 17 (*Adaptive Closing*) junta entre si diversos elementos que pertenece al mismo ensamble.

El botón 18 (*Extraction of Dilation Contour*) muestra los píxeles que aseguraron la junta precedente y calcula el número de píxeles presentes en el cemento.

El botón 19 (*Return*) reinicia la imagen etiquetada.

Finalmente el último botón 20 (*Exit*) que se activa cuando se abre una imagen cierre la sesión. Tiene la misma función que el comando *Exit* en el menú “**Files**”.

Por otro lado, el cursor (flecha) indica cual es el valor del píxel y su posición en línea y columna. Estas indicaciones aparecen en la banda inferior que también muestra cual es el tamaño de la imagen (líneas y columnas).

### **XIII. Algunas Referencias**

Alain, C., Cloitre, M. (1991). Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. *Physical Review A*, 44: 3552–3558.

Anderson, A.N., McBratney, A.B., FitzPatrick, E.A. (1996). Soil mass, surface, and spectral dimensions estimates from thin section photograph. *Soil Science Society American Journal*, 60: 962–969.

Falconer, K. (1990). *Fractal Geometry; Mathematical Foundations and Applications*. Wiley, New York, 288 p.

Feder, J. (1988). *Fractals*. Plenum Press, New York and London, 283 p.

Goupillaud, P., Grossman, A., Morlet, J. (1984). Cycle-Octave and Related Transforms in Seismic Signal Analysis. *Geoexploration*, 23: 85-102.

Hurst, H., E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineering*, 116: 770-799.

Korvin, G. (1992). *Fractal Models in the Earth Science*. Elsevier, Amsterdam, 395 p.

Mandelbrot, B.B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company, New York, 468 p.

Matheron, G. (1967). *Eléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson, Paris.

Matheron, G. (1975). *Sets and integral Geometry*. Wiley, New York.

Oleschko, K., Parrot, J.-F., Shoba, S., Stoops, G., Marcelino, V. (2004). Weathering: toward a fractal quantifying. *Mathematical Geology*, 36(5): 607–627.

Orbach, R. (1986) Dynamics of fractal networks. *Science*, 231: 814–819.

Parrot, J.F., 1997, Implementación y operación del algoritmo *Fractal*: México, D.F., Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Informe Final Proyecto DGAPA, 35 p.

Parrot, J.F., Taud, H. (1998). Implementación y operación del algoritmo *Bromov*: México, D.F., Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Informe Final Proyecto DGAPA, 40 p.

Parrot, J.-F. (2007). Tri-dimensional parametrization: an automated treatment to study the evolution of volcanic cones. *Géomorphologie*, 3: 247-258.

Parrot, J.-F. (2012). Aplicación del software FROG\_V2 en el estudio fractal del espacio geográfico. *Temas Selectos de Geomática: Métodos y Aplicaciones*. Coord. José A. Quintero Pérez. Instituto de Geografía, UNAM, p. 151-181, ISBN: 970-32-2976-X.

Pratt, W.K. (1978). *Digital Image Processing*, Willey, New York.

Serra, J. (1982). *Image Analysis and Mathematical Morphology* (vol. 1), Academic Press, London.

Serra, J. (1988). *Image Analysis and Mathematical Morphology* (vol. 2): Theoretical Advances, Academic Press, London.

Taud, H., Parrot, J.-F. (2005). Measurement of DEM roughness using the local fractal dimension. *Géomorphologie*. 4: 327-338.

Voss, R. F. (1985). Random fractal forgeries. Pages 805-835 in R. A. Earnshaw, editor. *Fundamental algorithms for computer graphics*. Springer-Verlag, New York.

## XIV. El Informe General

Se menciona todos los tratamientos efectuados a partir de la imagen original. También se indica el nombre de las imágenes guardadas y donde se ubican, así como el nombre de los diagramas y el lugar se salvaron. Se da aquí un ejemplo.

FROG.Version 2  
Jean-Francois PARROT  
Copyrigh Geographical Institute, UNAM, Mexico

Global Report concerning the treatments applied to the image  
C:\images\A\Ver2a.raw

Image Size:  
lines 298 columns 449

### GLOBAL 3D FRACTAL DIMENSION

measured in a square zone (298 x 298)  
Fractal Dimension = 2.964930  
Correlation Coefficient = 0.250846

### BINARIZATION

applied to the original image

Min = 180 Max = 255  
Item Value = 1  
Background = 255  
Isolated pixels eliminated  
Item: pixels number = 25549 percentage = 19.09  
Background: pixels number = 108253 percentage = 80.91

### LINEAL FRACTAL DIMENSION

Horizontal scanning  
applied to the binary image  
Code of the item: 1

Number of traces: 298  
Mean slope = -0.684368

Fractal dimension = 1.684368  
Global slope = -0.667339  
Fractal dimension = 1.667339

Horizontal Segment Counting Diagram registered  
in the file C:\images\A\Linfraact.xls

## BOX COUNTING

applied to the binary image

Type of Treatment (Treatment 1):  
cutting the image in a testing border range  
Value of the range: 20  
Size of the resulting image:  
lines = 288 column = 432

Number of dividers in the resulting image: 15  
dividers : 1 2 3 4 6 8 9 12 16 18 24 36 48 72 144  
Code of the studied item = 1  
Fractal Dimension = 1.626092

Box Counting Diagram registered  
in the file C:\images\A\Box\_counting.xls

## PROGRESSIVE BOX COUNTING TREATMENT

Step = 0.500000  
Fractal Dimension = 1.558034

Progressive Box Counting Diagram registered  
in the file C:\images\A\Progresive Box\_counting.xls

## LABELING

applied to the binary image

Min Size = 400 Max Size = 37351

Number of items = 4  
item 1 number of pixels 410 percentage versus image = 0.31 percentage versus  
items = 1.67  
item 2 number of pixels 21740 percentage versus image = 16.25 percentage  
versus items = 88.37

item 3 number of pixels 1471      percentage versus image = 1.10      percentage  
versus items = 5.98

item 4 number of pixels 981      percentage versus image = 0.73      percentage versus  
items = 3.99

### RESIZING BOX COUNTING

applied to the labeled image

Treatment applied to all the 4 items

Item number 1	Number of pixels 410	Fractal Dimension = 1.5209
Item number 2	Number of pixels 21740	Fractal Dimension = 1.7110
Item number 3	Number of pixels 1471	Fractal Dimension = 1.6323
Item number 4	Number of pixels 981	Fractal Dimension = 1.7106

### FRACTAL DIMENSION OF THE PERIMETER

applied to the labeled image

Treatment applied to all the 4 items

Item 1	Slope -0.652654	Ratio 1.652654
Item 2	Slope -0.615903	Ratio 1.615903
Item 3	Slope -0.639421	Ratio 1.639421
Item 4	Slope -0.470469	Ratio 1.470469

### PERIMETER ORIENTATION

applied to the labeled image

### PATTERN RECOGNITION

applied to the labeled image

Size of the researched items:

Minimum: 400      Maximum: 37351

Corresponding .xls File registered

in the file C:\images\A\Patern Parameters.xls

Number of items = 4

### PARAMETERS OF THE ITEM 1

Initial surface (in pixels) = 410      (in meters) = 410.000000

Gravity center  $i = 15$   $j = 69$   
 Perimeter (in pixels) = 183 (in meters) = 183.000000  
 Recalculated Surface (in pixels) = 318.500000 (in m<sup>2</sup>) = 318.500000  
 Perimeter Length (in pixels) = 287.508000 (in meters) = 287.508000  
 Rodondity (in pixels) = 81.680488  
 Ratio perimeter/surface (in pixels) = 44.634146 (euclidian) = 90.269388  
 Convexity Index = 44.711014  
 Convex Perimeter = 108  
 Perimeter Convexity Index [RCI] = 59.016393  
 Number of Holes = 3  
 Number of hole pixels = 5  
 Size of the Holes :  
 min = 1 max = 3 mean = 1  
 Porosity Rate (Percentage) = 1.204819  
 Convex Porosity Rate (Percentage) = 0.545256  
 External Convexity Index = 45.256270  
 External Perimeter Convexity Index = 62.068966  
 Perimeter (in pixels) = 183  
 Radius of the corresponding circle = 10.068848  
 Perimeter of the corresponding circle = 63.264437  
 RATIO = 2.892620  
 External Perimeter (in pixels) = 265.126000(in meters) = 265.126000  
 External RATIO = 4.190759

## PARAMETERS OF THE ITEM 2

Initial surface (in pixels) = 21740 (in meters) = 21740.000000  
 Gravity center  $i = 145$   $j = 230$   
 Perimeter (in pixels) = 4872 (in meters) = 4872.000000  
 Recalculated Surface (in pixels) = 19304.000000 (in m<sup>2</sup>) = 19304.000000  
 Perimeter Length (in pixels) = 7352.674000(in meters) = 7352.674000  
 Rodondity (in pixels) = 1091.829991  
 Ratio perimeter/surface (in pixels) = 22.410304 (euclidian) = 38.088862  
 Convexity Index = 29.809815  
 Convex Perimeter = 949  
 Perimeter Convexity Index [RCI] = 19.478654  
 Number of Holes = 117  
 Number of hole pixels = 3200  
 Size of the Holes :  
 min = 1 max = 952 mean = 27  
 Porosity Rate (Percentage) = 12.830794  
 Convex Porosity Rate (Percentage) = 4.387829

External Convexity Index = 34.197644  
External Perimeter Convexity Index = 25.517612  
Perimeter (in pixels) = 4872  
Radius of the corresponding circle = 78.387844  
Perimeter of the corresponding circle = 492.525348  
RATIO = 9.891877  
External Perimeter (in pixels) = 5330.240000 (in meters) = 5330.240  
External RATIO = 10.822265

#### PARAMETERS OF THE ITEM 3

Initial surface (in pixels) = 1471 (in meters) = 1471.000000  
Gravity center i = 136 j = 395  
Perimeter (in pixels) = 429 (in meters) = 429.000000  
Recalculated Surface (in pixels) = 1256.500000 (in m2) = 1256.500000  
Perimeter Length (in pixels) = 630.608000 (in meters) = 630.608000  
Rodondity (in pixels) = 125.112848  
Ratio perimeter/surface (in pixels) = 29.163834 (euclidian) = 50.187664  
Convexity Index = 40.736638  
Convex Perimeter = 226  
Perimeter Convexity Index [RCI] = 52.680653  
Number of Holes = 16  
Number of hole pixels = 65  
Size of the Holes :  
min = 1 max = 39 mean = 4  
Porosity Rate (Percentage) = 4.231771  
Convex Porosity Rate (Percentage) = 1.800055  
External Convexity Index = 42.536693  
External Perimeter Convexity Index = 66.863905  
Perimeter (in pixels) = 429  
Radius of the corresponding circle = 19.998909  
Perimeter of the corresponding circle = 125.656853  
RATIO = 3.414060  
External Perimeter (in pixels) = 460.7620 (in meters) = 460.762000  
External RATIO = 3.666827

#### PARAMETERS OF THE ITEM 4

Initial surface (in pixels) = 981 (in meters) = 981.000000  
Gravity center i = 256 j = 20  
Perimeter (in pixels) = 244 (in meters) = 244.000000  
Recalculated Surface (in pixels) = 859.000000 (in m2) = 859.000000  
Perimeter Length (in pixels) = 366.342000 (in meters) = 366.342000

Rodondity (in pixels) = 60.689093  
 Ratio perimeter/surface (in pixels) = 24.872579 (euclidian) = 42.647497  
 Convexity Index = 60.780669  
 Convex Perimeter = 151  
 Perimeter Convexity Index [RCI] = 61.885246  
 Number of Holes = 7  
 Number of hole pixels = 15  
 Size of the Holes :  
 min = 1 max = 7 mean = 2  
 Porosity Rate (Percentage) = 1.506024  
 Convex Porosity Rate (Percentage) = 0.929368  
 External Convexity Index = 61.710037  
 External Perimeter Convexity Index = 70.560748  
 Perimeter (in pixels) = 244  
 Radius of the corresponding circle = 16.535664  
 Perimeter of the corresponding circle = 103.896643  
 RATIO = 2.348488  
 External Perimeter (in pixels) = 309.7500 (in meters) = 309.750000  
 External RATIO = 2.981328

#### LACUNARITY

applied to the gray tone image

K Min. = 0 K Max. = 10  
 window size = 1 until 21

K value	window	lacunarity	log X	log Y
0	1	1.202591	0.000000	0.080118
1	3	1.149955	0.477121	0.060681
2	5	1.129629	0.698970	0.052936
3	7	1.116360	0.845098	0.047804
4	9	1.106237	0.954243	0.043848
5	11	1.098040	1.041393	0.040618
6	13	1.091210	1.113943	0.037908
7	15	1.085435	1.176091	0.035604
8	17	1.080454	1.230449	0.033606
9	19	1.076004	1.278754	0.031814
10	21	1.072076	1.322219	0.030226

Correlation Coefficient = -0.999645 R2 = 0.999290

Lacunarity Diagram registered

in the file C:\images\A\Lagunarity.xls

## LOCAL ROUGHNESS

Min = 0.000000 Max = 149.888889

Local Roughness registered as: C:\images\A\Local Roughness.bmp

## MORLET WAVELET

Applied to the Original Image

Morlet wavelet registered as: C:\images\A\Morlet.bmp  
Gray Tone Sequence [GTS] registered  
in the file C:\images\A\GTS.ts

## EXPLORATION OF THE LINEAL FRACTAL RESPONSE applied to the original image

Jumping  
Step = 10

10	1.194342
20	1.044659
30	1.063977
40	1.078557
50	1.102408
60	1.139594
70	1.149973
80	1.141853
90	1.118251
100	1.139528
110	1.157846
120	1.172033
130	1.166053
140	1.152563
150	1.146539
160	1.142540
170	1.129868
180	1.110707
190	1.098361
200	1.097775
210	1.108115
220	1.187805

230 1.367198  
240 1.439453  
250 1.389158

## Observaciones generales

Ese software reúne diversos tratamientos (algunos clásicos, pero también muchos otros totalmente nuevos) que permiten calcular la dimensión fractal a partir de datos binarios y a partir de imágenes en tonos de gris con la ayuda de conceptos nuevos y diferentes.

Traté de desarrollar un software amigable capaz de incitar el desarrollo de aplicaciones que necesitan esos tipos de cálculos. Se añadió entre otros numerosos acercamientos que tienen que ver con los estudios urbanos.

Para cualquier duda o explicaciones suplementarias, contactarme a las direcciones siguientes:

parrot@igg.unam.mx y jfparrot@hormail.com

México, el 12 de octubre de 2013



Dr. Jean-Francois Parrot  
Laboratorio de Análisis GeoEspaciales [LAGE],  
Laboratorio de Análisis y Recuperación de los Datos del INEGI [LARDI],  
Instituto de Geografía,  
Universidad Nacional Autónoma de México  
México D.F.